



РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
ИНСТИТУТ СОДЕРЖАНИЯ И МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ
ЦЕНТР ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ

Международное исследование качества математического и
естественнонаучного образования

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОЦЕНИВАНИЮ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ ДЕМОНСТРАЦИОННОГО ВАРИАНТА МЕЖДУНАРОДНОГО ТЕСТА TIMSS

**МАТЕМАТИКА 11 класс
(углубленный курс)**



International Association for the
Evaluation of Educational Achievement
© Copyright IEA, 1995, The Hague

Москва 2008

В апреле 2008 г. российские учащиеся примут участие в международном исследовании качества естественнонаучного и математического образования (TIMSS-Advanced), которое проводит международная ассоциация по оценке учебных достижений – IEA). Целью этого исследования является оценка качества математического образования выпускников средней школы, изучавших углубленный курс математики.

Предлагаемый комплект материалов (Тетрадь с заданиями по математике и Рекомендации по оцениванию выполнения этих заданий) подготовлен специалистами Центра оценки качества образования ИСМО РАО для того, чтобы преподаватели и учащиеся могли ознакомиться с типами заданий и их форматом, а также получить представление о содержании и сложности заданий, с помощью которых оценивается подготовка учащихся 11 классов, изучавших углубленный курс математики, в международном исследовании TIMSS.

Задания, представленные в тетради для учащихся 11 класса, использовались при проведении исследования TIMSS в 1995 году, в котором приняли участие 16 стран. Эти задания были опубликованы, поэтому их разрешено использовать (со ссылкой на исследование TIMSS).

В тетради приведено 18 заданий по математике, из них 12 заданий с выбором ответа, 1 – с кратким ответом и 5 – со свободно-конструируемым ответом.

Часть из приведенных заданий проверяет освоение материала, который, возможно, учащиеся класса, отобранного для тестирования в вашем образовательном учреждении, еще не изучали или не будут изучать. Это связано с тем, что международные тесты предназначены для оценки учебных достижений учащихся различных стран и разрабатывались с учетом программ всех стран-участниц. Эти программы имеют существенные различия по содержанию изучаемого учебного материала и требованиям к подготовке учащихся. Поэтому для каждой из стран-участниц небольшое число тестовых заданий не соответствует учебным программам. Мы не советуем вам изменять программу обучения ради того, чтобы изучить заранее материал, необходимый для выполнения демонстрационного теста. Объясните учащимся, что подобные задания могут им встретиться при тестировании в апреле 2008 г. Посоветуйте учащимся не пропускать эти задания сразу, а попробовать их решить. Опыт показывает, что внепрограммные задания обычно правильно выполняют от 10% до 80% учащихся.

Рекомендуемое время на выполнение всех заданий теста составляет 70 минут. В тетради приведена инструкция для учащихся. Отсчет времени начинается после прочтения инструкции и ответов на вопросы, которые могут возникнуть у учащихся о том, как выполнять работу.

При выполнении заданий теста учащиеся могут использовать калькулятор и формулы, которые приведены после инструкции.

При оценке работ учащихся мы советуем следовать **рекомендациям**, приведенным ниже.

Общие подходы к оценке выполнения математических заданий

Верное выполнение любого из заданий с выбором ответа или кратким ответом оценивается 1 баллом. В зависимости от степени сложности задания со свободным ответом полный верный ответ на него оценивается 1 или 2 баллами. Выполнение 1-балльного задания оценивается как верное (выставляется 1 балл) или неверное (выставляется 0 баллов). Выполнение 2-балльного задания оценивается как полностью верное (выставляется 2 балла) или частично верное (выставляется 1 балл), или неверное (выставляется 0 баллов). При проверке ответов учащихся не учитываются допущенные

ими орфографические и пунктуационные ошибки, если они не искажают суть ответа. Оценка письменной речи не входит в цели данного исследования.

Ниже в таблице приведена информация об оценивании отдельных заданий. Напротив номера задания указан правильный ответ (для заданий с выбором ответа и кратким ответом) и максимальный балл, который может быть выставлен за его выполнение.

Номер задания	Правильный ответ ¹	Максимальный балл	Номер задания	Правильный ответ	Максимальный балл
1.	D	1	10.	C	1
2.	A	1	11.	см. критерии	1
3.	C	1	12.	см. критерии	2
4.	E	1	13.	$z = 1 - i$	1
5.	A	1	14.	см. критерии	2
6.	см. критерии	2	15.	см. критерии	2
7.	C	1	16.	C	1
8.	A	1	17.	C	1
9.	D	1	18.	A	1
				ВСЕГО:	22 балла

В критериях оценивания, которые даны ниже, для каждого задания, включенного в тетрадь, приводятся результаты его выполнения российскими учащимися и учащимися других стран в 1995 году: средний процент выполнения по России и средний процент выполнения по всем странам-участницам исследования TIMSS.

Критерии оценивания выполнения заданий демонстрационного варианта теста по математике

Балл	Задание 1
	Средний процент выполнения по России – 83% Средний процент выполнения по всем странам-участницам – 63%
1	D
0	Другой ответ или отсутствие ответа.

Балл	Задание 2
	Средний процент выполнения по России – 48% Средний процент выполнения по всем странам-участницам – 44%
1	A
0	Другой ответ или отсутствие ответа.

Балл	Задание 3
	Средний процент выполнения по России – 43% Средний процент выполнения по всем странам-участницам – 35%
1	C
0	Другой ответ или отсутствие ответа.

¹ Правильные ответы указываются только для заданий с выбором ответа или кратким ответом; для оценки заданий со свободным ответом необходимо использовать критерии, представленные ниже.

Балл	Задание 4
	Средний процент выполнения по России – 55% Средний процент выполнения по всем странам-участницам – 50%
1	Е
0	Другой ответ или отсутствие ответа.

Балл	Задание 5
	Средний процент выполнения по России – 64% Средний процент выполнения по всем странам-участницам – 56%
1	А
0	Другой ответ или отсутствие ответа.

Балл	Задание 6
	Средний процент выполнения по России: 2 балла – 34%, 1 балл – 5% Средний процент выполнения по всем странам-участницам: 2 балла – 20%, 1 балл – 5%
2*	$k = -4$. Способ решения: Данное уравнение следует преобразовать к виду $(x+1)^2 + (y-2)^2$. Отсюда получим уравнение $(x+1)^2 + (y-2)^2 - 5 + k = 0 \rightarrow$ $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5 - k$. Если $R = 3$, то правая часть R^2 будет равна 9. Отсюда $5 - k = 9 \rightarrow k = -4$ – единственное решение.
2**	$k = -4$. Способ решения: Все окружности $R = 3$ в общем виде можно представить уравнением $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - 9 = 0$. Отсюда $2 = -2a$; $-4 = -2b$; $k = a^2 + b^2 - 9$. Следовательно, $a = -1$, $b = 2$, $k = -4$.
2	Другое полностью верное решение.
1	$k = -4$. Решение отсутствует
1	Использован способ с баллом 2*, но допущены только вычислительные ошибки.
1	Использован способ с баллом 2**, но допущены только вычислительные ошибки.
1	Другие частично верные ответы
0	Неверное решение или решение отсутствует.

Балл	Задание 7
	Средний процент выполнения по России – 74% Средний процент выполнения по всем странам-участницам – 65%
1	С
0	Другой ответ или отсутствие ответа.

Балл	Задание 8
	Средний процент выполнения по России – 48% Средний процент выполнения по всем странам-участницам – 45%
1	А
0	Другой ответ или отсутствие ответа.

Балл	Задание 9
	Средний процент выполнения по России – 71% Средний процент выполнения по всем странам-участницам – 58%
1	Д
0	Другой ответ или отсутствие ответа.

Балл	Задание 10
	Средний процент выполнения по России – 22% Средний процент выполнения по всем странам-участницам – 21%
1	С
0	Другой ответ или отсутствие ответа.

Балл	Задание 11
	Средний процент выполнения по России – 23% Средний процент выполнения по всем странам-участницам – 27%
1	Записано: 32000. Утверждается, что количество бактерий удваивается за каждый час или приводится последовательность числа бактерий за 6 часов: 1000, 2000, 4000, 8000, 16000, 32000.
1	Записано: 32000. Утверждается, что число бактерий является геометрической прогрессией, у которой $q = 2$, или использована формула общего члена $a_n = a_1 q^{n-1}$ при $q = 2$ или использовано показательное уравнение $y = A(a^x)$, где $A = 1000$, $a = 2$, $x = 5$.
1	Записано: 32000. Использовано уравнение $y = 1000 e^{kt}$, где $k = 0,6931$, $t = 5$.
1	Другое верное решение.
0	Неверное решение или решение отсутствует.

Балл	Задание 12
	Средний процент выполнения по России: 2 балла – 13%, 1 балл – 2% Средний процент выполнения по всем странам-участницам: 2 балла – 10%, 1 балл – 2%
2	Получено, что длина веревки равна 20 см. Способ решения: <ul style="list-style-type: none"> • Поверхность стержня представлена на рисунке в виде прямоугольника $4\text{ см} \cdot 12\text{ см}$. • На этом прямоугольнике проведены четыре параллельных отрезка, изображающие положение веревки. • Длина отрезка подсчитана с помощью теоремы Пифагора $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. Общая длина веревки $4 \cdot 5 = 20$ (см).
2	Получено, что длина веревки равна 20 см. Способ решения: <ul style="list-style-type: none"> • Половина поверхности стержня представлена в виде прямоугольника $2\text{ см} \cdot 12\text{ см}$. • Восемь равных отрезков проведены в этом прямоугольнике, показывая положение веревки. • Длина отрезка подсчитана с помощью теоремы Пифагора $\sqrt{2^2 + 1,5^2} = 2,5$. Общая длина веревки $2,5 \cdot 8 = 20$ (см).
2	Получено, что длина веревки 20 см. Способ решения: <ul style="list-style-type: none"> • Поверхность стержня изображена в виде прямоугольника $16 \cdot 12$, а диагональ изображает веревку ИЛИ Поверхность стержня изображена в виде правильного треугольника с катетами 16 и 12, а веревка – гипотенузой. Длина веревки определена с помощью теоремы Пифагора $\sqrt{16^2 + 12^2} = 20$ (см).
2	Любое другое полное верное решение.
1	Указана длина веревки = 20 см. Решение отсутствует.
1	Поверхность стержня представлена прямоугольником с правильными размерами и положением веревки, но при подсчете длины веревки допущена вычислительная ошибка.
1	Любые другие частично верные решения, где использован верный метод решения и допущена незначительная ошибка.
0	Неверное решение или решение отсутствует.

Балл	Задание 13
	Средний процент выполнения по России – 21% Средний процент выполнения по всем странам-участницам – 19%
1	$z = 1 - i$
0	Неверный ответ или отсутствие ответа.

Балл	Задание 14
	<p>Средний процент выполнения по России – 26%</p> <p>Средний процент выполнения по всем странам-участницам – 33%</p>
2*	<p>Указано: 811 м или 0,811 км. Способ решения:</p> $AB = 2 \text{ (м/сек)} \cdot 60 \cdot 16 = 1920 \text{ м, высота} = 1920 \sin 25^\circ = 811,4270625 \approx 811 \text{ м или } 0,811 \text{ км.}$
2**	<p>Указано: 811 м или 0,811 км. Способ решения:</p> <p>Подсчитана длина AB, затем, используя $\cos 25^\circ$, получена длина AC. (C – точка, расположенная на вертикали из точки B на уровне A). Затем с помощью теоремы Пифагора подсчитана высота горы (BC) и правильно округлена.</p>
2	Другое полное верное решение.
1	Способ решения, как с баллом 2*, но полученный ответ не округлен.
1	Составлено выражение $1920 \sin 25^\circ$, как с баллом 2*, но значение выражения подсчитано неверно или не подсчитано совсем.
1	Решение, как с баллом 2**, но полученный результат не округлен или округлен неверно.
1	Расстояние AB подсчитано неверно из-за использования неверного способа решения или при верном способе (см. баллы 2* и 2**) допущена вычислительная ошибка, остальная часть решения выполнена верно.
1	Решение, как с баллом 2**, но значение высоты подсчитано неверно из-за вычислительной ошибки.
1	Другое частично верное решение с вычислительной ошибкой.
0	Неверное решение или решение отсутствует.

Балл	Задание 15
	Средний процент выполнения по России – 30% Средний процент выполнения по всем странам-участницам – 28%
2	$g(x) = 3x^2 - 12x + 11$. Способ решения: функция определена $g(x) = 3x^2 - 12x + c$. Затем найдено $c = 11$ с помощью решения уравнения $g(1) = 2$.
2	$g(x) = 3x^2 - 12x + 11$. Любое другое верное решение.
1	$g(x) = 3x^2 - 12x + 11$. Решение отсутствует.
1	Указано: $g(x) = 3x^2 - 12x + m$, где $m = 11$. Ход решения верный, но ошибка допущена при решении уравнения $g(1) = 2$.
1	При нахождении C использовано неверное уравнение $g(2) = 1$. При его верном решении $c = 13$.
1	Ответ дан в виде: $g(x) = 3x^2 - 12x + c$. При определении значения c не использовано ни одно из уравнений $g(1) = 2$, $g(2) = 1$.
1	Любое другое полное решение с незначительной ошибкой.
0	Неверное решение или решение отсутствует.

Балл	Задание 16
	Средний процент выполнения по России – 68% Средний процент выполнения по всем странам-участницам – 76%
1	C
0	Другой ответ или отсутствие ответа.

Балл	Задание 17
	Средний процент выполнения по России – 32% Средний процент выполнения по всем странам-участницам – 48%
1	C
0	Другой ответ или отсутствие ответа.

Балл	Задание 18
	Средний процент выполнения по России – 15% Средний процент выполнения по всем странам-участницам – 27%
1	A
0	Другой ответ или отсутствие ответа.