



ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

международного исследования
качества математического и
естественнонаучного образования

TIMSS - 2007

Часть 1

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА ПО НАДЗОРУ В СФЕРЕ ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
ИНСТИТУТ СОДЕРЖАНИЯ И МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ**
Центр оценки качества образования

**ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ
международного исследования качества школьного
математического и естественнонаучного образования
TIMSS-2007**

Аналитический отчет

ЧАСТЬ 1

Москва, 2008

В подготовке отчета принимали участие: Баранова В.Ю., Демидова М.Ю., к.п.н., Денищева Л.О., к.п.н., Дюкова С.Е., к.п.н., Ковалева Г.С. (руководитель), к.п.н., Кошеленко Н.Г., Краснянская К.А., к.п.н., Мельник И.Г., Минаева С.С., к.п.н., Рослова Л.О., к.п.н., Рохлов В.С., к.п.н., Смирнова Е.С.

Национальный координатор исследования TIMSS в России – *Ковалева Г.С.*

Координатор по математической части исследования – *Краснянская К.А.*

Координатор по естественнонаучной части исследования – *Смирнова Е.С.*

Координатор по формированию выборки школ и учащихся, обработке результатов исследования – *Кошеленко Н.Г.*

В отчете представлены основные результаты международного исследования качества школьного математического и естественнонаучного образования TIMSS-2007 (TIMSS – Trends in Mathematics and Science Study), организованного Международной ассоциацией по оценке образовательных достижений (IEA – International Association for the Evaluation of Educational Achievement). Приводятся данные о результатах российских выпускников начальной школы, а также учащихся 8 классов основной школы в сравнении с результатами учащихся других стран-участниц исследования. В приложениях представлена информация о российских участниках исследования, а также даны примеры заданий из международного теста и результаты их выполнения учащимися разных стран.

Отчет предназначен для широкого круга лиц: представителей органов управления образованием разного уровня; специалистов, занимающихся проблемами оценки качества образования; специалистов в области школьного естественно-математического образования. Представленные материалы могут быть полезны учителям школ и студентам педагогических вузов.

Отчет представлен в двух частях.

СОДЕРЖАНИЕ

Часть 1

ВВЕДЕНИЕ	4
1. КРАТКАЯ ИНФОРМАЦИЯ О МЕЖДУНАРОДНОМ ИССЛЕДОВАНИИ TIMSS	5
1.1. Участники исследования	5
1.2. Характеристика выборки учащихся России.....	6
1.3. Характеристика инструментария исследования TIMSS 2007 года.....	7
1.4. Особенности проведения мониторинговых исследований качества образования	9
1.5. Как оценивались результаты	10
Приложение 1. Список российских участников исследования TIMSS-2007.....	11
2. РЕЗУЛЬТАТЫ РОССИЙСКИХ УЧАЩИХСЯ 4 И 8 КЛАССОВ ПО МАТЕМАТИКЕ	12
2.1. Общие подходы к оценке математической подготовки школьников	12
2.2. Основные результаты учащихся 8 класса по математике	16
2.3. Основные результаты учащихся 4 класса по математике.	22
2.4. Сравнение результатов учащихся 4 и 8 классов по математике	26
2.5. Углубленный анализ выполнения российскими учащимися 8 класса заданий международного теста TIMSS по математике	28
2.5.1. Результаты выполнения заданий по арифметике и алгебре	28
2.5.2. Результаты выполнения заданий по геометрии	37
2.5.3. Результаты выполнения заданий по разделу «Вероятность и статистика» («Данные и шансы»).....	52
2.6. Углубленный анализ выполнения российскими учащимися 4 класса заданий международного теста TIMSS по математике	59
2.6.1. Результаты выполнения заданий по разделу «Числа и вычисления»	59
2.6.2. Результаты выполнения заданий по разделу «Элементы геометрии»	68
2.6.3. Результаты выполнения заданий по разделу «Представление данных»	77
2.7. Основные выводы	84
Приложение 2. Примеры заданий, соответствующих различным уровням учебных достижений учащихся 8 и 4 классов по математике ...	88

Введение

Международное сравнительное мониторинговое исследование качества математического и естественнонаучного образования TIMSS (TIMSS – Trends in Mathematics and Science Study) является одним из самых представительных исследований по средней школе, в нем приняли участие 425000 учащихся из 59 стран. Данное исследование организовано Международной ассоциацией по оценке образовательных достижений (IEA – International Association for the Evaluation of Educational Achievement), которой в 2008 году исполнилось 50 лет.

В настоящее время более 60 стран принимают участие в различных международных сравнительных исследованиях: TIMSS, PIRLS, PISA и др. Число стран-участниц растет. Это связано с тем, что руководства стран понимают их важность для определения стратегии развития образования. Среди преимуществ международных сравнительных исследований можно назвать те, которые по результатам широкой международной дискуссии, а также экспертизы были отнесены к основным¹:

1. Высокое научное и техническое качество проводимых исследований и вследствие этого высокое доверие к их результатам. Страны используют результаты международных исследований для реформирования системы образования.
2. Во многих странах больше доверия к международным исследованиям, чем к национальным.
3. Результаты исследований помогают лучше понять процессы, происходящие в системе образования страны при сравнении с другими странами.
4. Международные исследования способствуют обеспечению качества проведения национальных исследований в области образования.
5. В рамках международных исследований наиболее эффективно отрабатываются новые методики и технологии в области оценки качества образования.

Для России исследование TIMSS является первым мониторинговым исследованием в области общего образования, которое позволяет проследить тенденции развития математического и естественнонаучного общего образования с 1995 года.

В соответствии с исходным замыслом исследование TIMSS проводится каждые 4 года. В исследовании оцениваются образовательные достижения учащихся выпускных классов начальной школы и учащихся 8 классов. Дополнительно изучаются особенности содержания школьного математического и естественнонаучного образования в странах-участницах, особенности учебного процесса, а также факторы, связанные с характеристиками образовательных учреждений, учителей, учащихся и их семей. Такой дизайн исследования позволяет:

- провести **сравнительную оценку** уровня образовательных достижений учащихся начальной и основной школы разных стран;
- выявить **тенденции** в изменении качества математического и естественнонаучного образования в начальной и основной школе;
- отследить **изменения** в математическом и естественнонаучном образовании, которые происходят при переходе из начальной в основную школу (обследуется **одна и та же** совокупность учащихся, поскольку через 4 года учащиеся выпускных классов начальной школы становятся учащимися 8 класса);

¹ Перечисленные выше преимущества крупномасштабных кросс-национальных исследований в области образования были сформулированы на основе анализа качества их организации и проведения, а также широкой дискуссии на международном симпозиуме и представлены в последующей публикации: Methodological Advances in Cross-National Surveys of Educational Achievement. Board on International Comparative Studies in Education. A.C.Porter and A.Gamoran, Editors. Washington, DC: National Academy Press, 2002.

– получить **информацию** об особенностях содержания программ по математике и естественнонаучным предметам, а также об особенностях организации образовательного процесса в разных странах;

– выявить **факторы**, влияющие на качество математического и естественнонаучного образования в начальной и основной школе.

Основной акцент **в содержании** тестов TIMSS делался на тех вопросах, которые являются общими для большинства стран-участниц, обладают диагностической и прогностической ценностью с точки зрения оценки качества математического и естественнонаучного образования и отвечают запросам современного общества. Вместе с тем в исследовании встречаются и вопросы, которые выходят за рамки программ ряда стран, но освоение которых, по мнению специалистов, необходимо для жизни в современном мире.

Очевидно, что при таком подходе содержание заданий в той или иной степени не отвечало полностью содержанию программ в каждой из стран-участниц. Это справедливо и для России как по математике, так и по естественнонаучным предметам для основной и начальной школы.

Эти обстоятельства необходимо иметь в виду при интерпретации результатов проведенного сравнительного исследования, которые позволяют оценивать образовательные достижения российских учащихся не столько с позиций российских программ, сколько с точки зрения сложившихся в мире традиций в преподавании математики и естественнонаучных предметов, а также современных приоритетов в развитии математического и естественнонаучного образования, признанных специалистами 59 стран-участниц исследования TIMSS.

В представленном аналитическом отчете раскрываются основные подходы к оценке образовательных достижений по математике и естествознанию, принятые международными экспертами, описывается инструментарий исследования, даются примеры заданий. Анализ результатов российских школьников в сравнении с результатами их сверстников из других стран мира, а также с учетом школьных программ стран-участниц исследования, позволил определить направления совершенствования математического и естественнонаучного образования в российской школе, а также выявить проблемы, требующие дальнейшего изучения российскими специалистами.

При подготовке отчета использовались основные международные публикации исследования TIMSS 2007 года [23-27].

1. Краткая информация о международном исследовании TIMSS

1.1. Участники исследования

В исследовании TIMSS в 2007 году принимали участие **59 стран мира**. Из них **28 стран** участвовали одновременно в двух направлениях исследования: оценке качества математического и естественнонаучного образования в **4 и 8 классах** (Алжир, Армения, Австралия, Тайвань, Колумбия, Чешская Республика, Сальвадор, Англия, Грузия, Гонконг, Венгрия, Иран, Италия, Япония, Кувейт, Литва, Монголия, Марокко, Норвегия, Катар, Россия, Шотландия, Сингапур, Словения, Швеция, Тунис, Украина, США), **22 страны** принимали участие в исследовании по оценке образовательных достижений **только учащихся 8 классов** (Бахрейн, Босния и Герцеговина, Ботсвана, Болгария, Кипр, Египет, Гана, Индонезия, Израиль, Иордания, Республика Корея, Ливан, Малайзия, Мальта, Оман, Палестина, Румыния, Саудовская Аравия, Сербия, Сирия, Таиланд, Турция), а **9 стран – только** в исследовании по оценке образовательных достижений учащихся **4 классов** (Австрия, Дания, Германия, Казахстан, Латвия, Нидерланды, Новая Зеландия, Словацкая Республика, Йемен).

Таким образом, в исследовании по оценке образовательных достижений учащихся 8 классов в 2007 году участвовало 50 стран, а учащихся 4 классов – 37 стран. Отметим, что состав участников исследования значительно расширился по сравнению с 2003 годом: тогда в исследовании достижений учащихся 8 классов принимали участие 46 стран, а в исследовании достижений учащихся 4 классов – 25 стран.

В реализации проекта TIMSS участвовали многие научно-исследовательские центры и профессиональные организации мира: Служба тестирования в области образования (ETS – Educational Testing Service, США), Канадский Центр Статистики (Statistics Canada), Секретариат Международной ассоциации по оценке образовательных достижений (IEA, Нидерланды), Центр обработки данных Международной ассоциации по оценке образовательных достижений (DPC IEA – Data Processing Center IEA, Германия), а также ведущие специалисты более 50 стран мира. Это способствовало не только обеспечению высокого качества проводимого исследования, но и разработке инновационных подходов к оценке образовательных достижений учащихся на основе экспериментально проверенных международных стандартов. Для координации усилий специалистов разных стран были созданы совещательные комитеты, состоящие из ведущих специалистов мира. Координация всего исследования осуществлялась Международным координационным центром в Бостонском колледже (ISC – International Study Center, Boston College, США).

В России данное исследование осуществлялось Центром оценки качества образования Института содержания и методов обучения Российской академии образования (ИСМО РАО) при активном участии Министерства образования и науки РФ, Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки, а также органов управления образованием регионов, участвовавших в исследовании (см. Приложение 1 к данному разделу).

1.2. Характеристика выборки учащихся России

Национальная выборка школ и учащихся России формировалась по международным методикам в Центре оценки качества образования ИСМО РАО, а затем утверждалась Международным координационным центром.

В сравнительных исследованиях качества образования при формировании выборки изучаемой совокупности учащихся отбираются учащиеся определенного года обучения. В исследовании TIMSS объектом изучения были выбраны учащиеся 4 и 8 классов, т.к. оценивалось совокупное освоение учебной программы на конец обучения в 4 и 8 классах.

Во всех странах отбор школ должен был проводиться вероятностным методом из списка всех школ страны с учетом числа учащихся обследуемой параллели в данной школе. В России формирование выборки школ для участия в исследовании включало два этапа: выбор регионов и выбор школ. Выбор регионов проводился в пропорции к их размеру (учитывалось число школ и учащихся в данном регионе). Во всех регионах, вошедших в выборку страны, составлялся полный список школ региона с необходимой информацией. В российскую выборку были включены только школы с русским языком обучения.

Для проведения исследования TIMSS в России было отобрано 58 регионов, из которых 32 региона участвовали в исследовании качества математического и естественнонаучного образования и в начальной, и в основной школе, 13 регионов – только в исследовании качества математического и естественнонаучного образования в начальной школе и 13 регионов – только в исследовании по основной школе. В каждом выбранном регионе для проведения тестирования по одному направлению исследования было выбрано от 2 до 10 образовательных учреждений.

Всего в исследовании участвовало 416 школ. Из них в 206 школах проводилось тестирование выпускников начальной школы, в 210 – тестирование учащихся 8 классов. В каждой из этих школ выбирались один или два класса, все учащиеся которых принимали участие в тестировании. Всего в исследовании участвовало 4464 выпускника начальной школы и 4472 учащихся 8 класса.

В анкетном опросе приняли участие учителя начальных классов, а также учителя математики и естественнонаучных предметов, работавшие в отобранных для исследования 4 и 8 классах. Всего анкетным опросом было охвачено 273 учителя математики, 1083 учителя естественнонаучных предметов и 268 учителей начальных классов. Дополнительно опрашивались представители администрации всех 416 образовательных учреждений, отобранных для исследования.

1.3. Характеристика инструментария исследования TIMSS 2007 года

В качестве основы для разработки инструментария исследования TIMSS 2007 года использовался специальный рамочный документ «TIMSS Assessment Frameworks and Specifications» [23], в котором были определены общие подходы к оценке образовательных достижений по математике и естествознанию, разработке тестов и тестовых заданий, описано проверяемое содержание по математике и естествознанию, перечислены основные факторы, характеризующие учащихся, учителей и образовательные учреждения, для анализа которых собиралась информация в процессе анкетирования.

При создании инструментария исследования TIMSS в 2007 году использовались те же подходы, что и в исследованиях TIMSS 1995-2003 годов [2, 10, 28-31]. Концептуальная модель разработки инструментария исследования TIMSS представлена на рис. 1.1.

Инструментарий международного исследования TIMSS включал:

- тесты достижений;
- анкеты (для учащихся, учителей, администрации образовательного учреждения, экспертов в области образования, наблюдателей за качеством исследования);
- методическое обеспечение (руководство для национальных координаторов по организации и проведению исследования, руководство по формированию выборки, руководство для школьных координаторов, руководство по проведению тестирования, руководства по проверке заданий со свободными ответами, руководство по вводу данных и др.);
- программное обеспечение (по отбору классов и учащихся, по вводу данных).

Для создания валидного международного теста, на основе которого сравниваются образовательные достижения учащихся разных стран, необходимо учитывать особенности математического и естественнонаучного образования в странах-участницах. В связи с этим вышеуказанный документ разрабатывался специально организованной группой экспертов из стран-участниц и проходил специальную экспертизу на соответствие проверяемого содержания программам стран-участниц. Это было сделано для того, чтобы по результатам международного сравнения страны могли выявить сильные и слабые стороны математического и естественнонаучного образования в своих странах, а для этого важно максимальное приближение содержания проверки тому, что изучается в школе.

Международные тесты разрабатывались на основе следующих принципов:

- адекватный охват проверяемого содержания и видов учебно-познавательной деятельности;
- максимальное соответствие содержания международных тестов изучаемому материалу в большинстве стран-участниц;
- обеспечение связи тестов 1995, 1999, 2003 и 2007 годов;

- значимость проверяемого содержания с точки зрения развития математического и естественнонаучного образования;
- соответствие возрастным особенностям учащихся, для оценки достижений которых разрабатывался тест;
- соответствие требованиям, предъявляемым к массовым исследованиям.

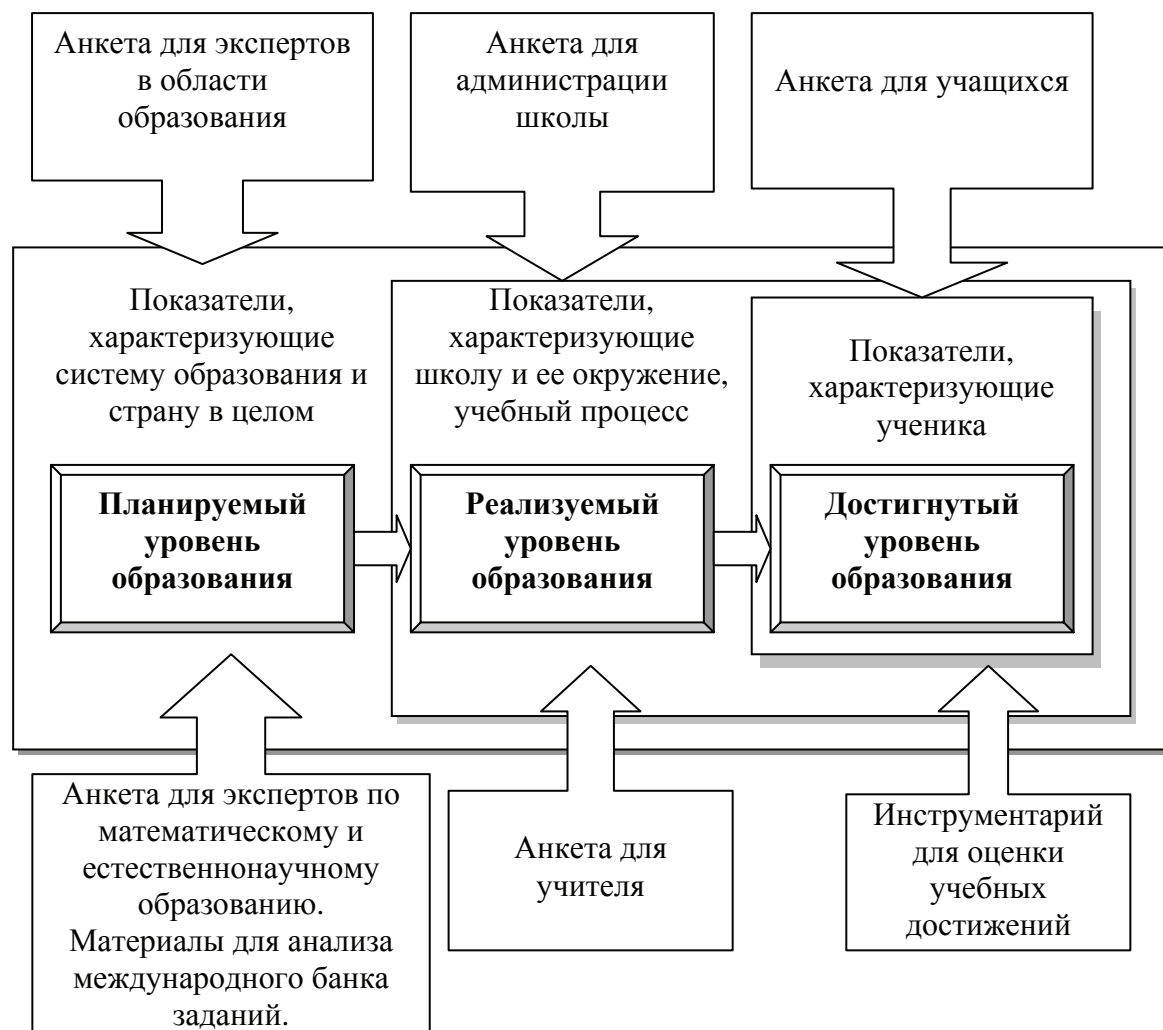


Рис.1.1. Концептуальная модель исследования TIMSS.

Для оценки математической и естественнонаучной подготовки учащихся в каждый вариант теста включались задания и по математике, и по естествознанию. Использовались задания разного типа (с выбором ответа, с кратким и полным развернутым ответом, практические задания). Необходимо отметить, что, по сравнению с предыдущими циклами исследования, в 2007 году почти в два раза увеличилось число заданий со свободным ответом, в которых необходимо было письменно ответить на вопрос и дать объяснение или обоснование своего ответа. На выполнение этих заданий отводилась почти половина всего времени выполнения теста.

Для исследования математической и естественнонаучной подготовки выпускников начальной школы использовалось 353 задания (179 по математике и 174 по естествознанию). Из этих заданий были сформированы 28 блоков (14 по математике и 14 по естествознанию), каждый из которых повторялся в двух вариантах из составленных четырнадцати. По такому же принципу формировались 14 вариантов и для 8 класса, но число заданий было больше – 427 (215 по математике и 212 по естествознанию).

Для обеспечения сравнимости результатов тестирования с предшествующими этапами исследования 6 из 14 блоков заданий по каждому направлению включали задания прошлых лет, а 8 блоков – только новые задания, разработанные специалистами стран-участниц. Включение в каждый вариант заданий из разных лет позволило создать сопоставимые шкалы результатов 1995, 1999, 2003 и 2007 годов.

На выполнение всего теста давалось 72 мин (2 части работы по 36 мин с перерывом) в 4 классе и 90 мин (2 части работы по 45 мин с перерывом) в 8 классе. Всего в каждом варианте теста для учащихся 4 класса было 44-50 заданий по математике и естествознанию, а для учащихся 8 класса – 55-60 заданий. На анкетирование отводилось не менее 30 мин и для учащихся 4 классов, и для учащихся 8 классов.

Для сбора информации о состоянии факторов, влияющих на результаты обучения, было разработано 11 анкет (для национальных экспертов, учащихся, их учителей, а также администрации образовательных учреждений, в которых они учатся). Для национальных экспертов были разработаны 4 анкеты о содержании и организации математического и естественнонаучного образования в начальной и основной школе (о программах, стандартах, учебниках, системе оценивания образовательных достижений и др.). Учащиеся 4 и 8 классов отвечали на вопросы, касающиеся их отношений к математике и естествознанию, особенностей уроков по этим предметам, внеклассных занятий, а также на вопросы о своей семье. Для учителей были разработаны анкеты, с помощью которых собиралась информация об особенностях преподавания математики и естествознания в 4 и 8 классах в отобранных для исследования школах, о профессиональной подготовке учителей и их педагогических установках. Директора школ отвечали на вопросы, связанные с обеспечением учебного процесса в их образовательных учреждениях и другими особенностями школьной жизни.

1.4. Особенности проведения мониторинговых исследований качества образования

Главным требованием, предъявляемым к мониторинговым исследованиям качества образования, таким как исследование TIMSS, является обеспечение сравнимости результатов, полученных в разные периоды времени на разных выборках испытуемых с использованием отличающегося инструментария. Для реализации этого требования предпринимаются специальные действия. Например, при формировании выборки учащихся из планируемой для обследования совокупности обеспечивается их представительность, т.е. возможность перенесения результатов исследования на всю генеральную совокупность обследуемых учащихся. Это означает, что если в качестве обследуемой совокупности выбраны учащиеся 8 класса, то для сравнения их результатов необходимо, чтобы выборка учащихся 8 классов 1995, 1999, 2003 и 2007 годов была признана представительной для генеральной совокупности учащихся 8 класса страны в эти годы. При разработке инструментария исследования (тестов и анкет) для построения сопоставимых шкал и сравнения полученных результатов включаются группы заданий и вопросов, которые использовались в предыдущие годы.

Большое внимание отводится стандартизации проведения исследования в странах-участницах. Исследование TIMSS 2007 года проводилось в строгом соответствии с едиными инструкциями и правилами, разработанными международным координационным центром. Каждый этап исследования (формирование выборки, перевод и адаптация инструментария, проведение тестирования и анкетирования, проверка и обработка данных) контролировался международными экспертами. Например, переводы тестов и анкет перепроверялись переводчиками международного класса. Во время проведения тестирования в отдельных образовательных учреждениях присутствовали наблюдатели. Выполнение заданий со свободными развернутыми ответами проверялось опытными учителями, а затем часть работ (каждая четвертая

тетрадь) перепроверялась другими учителями. После этого определенная часть работ сканировалась и электронные версии тетрадей с ответами учащихся составляли специальные международные базы данных, ответы из которых перепроверялись международными экспертами в год проведения тестирования для установления сравнимости работы экспертов разных стран, а также перепроверялись национальными экспертами на другом этапе исследования для установления сравнимости работы национальных экспертов в разные годы.

Следует пояснить, что при анализе результатов отдельных стран и построении международной шкалы учитывались особенности выполнения заданий в отдельных странах. Если по ряду заданий были получены противоречивые данные в отдельных странах и эти результаты не могли быть объяснены экспертами, то такие задания исключались из международного анализа для всех стран или только для одной или нескольких стран. Исключались из анализа также задания, в которых были допущены ошибки, например, полиграфические или ошибки перевода.

Подробное описание аспектов организации исследования для отдельных стран приводятся в техническом отчете исследования TIMSS-2007 [27].

1.5. Как оценивались результаты

В связи со сложностью задач, поставленных в исследовании TIMSS, а именно, оценить уровень образовательных достижений по математике и естествознанию учащихся 4 и 8 классов при условии временных ограничений при тестировании и невозможности предоставить всем учащимся выполнить все задания международного банка (который, например, в 2007 году для 8 класса составил 427 заданий по математике и естествознанию), при конструировании международного теста и обработке результатов использовалась современная теория тестирования (IRT – Item Response Theory). Данная теория позволяла на основе выполнения учащимися ограниченного числа заданий (40-60) и с учетом их личностных характеристик, характеристик учителей и образовательных учреждений (ответов на вопросы анкет) определить количественные показатели для каждого учащегося и каждой страны, которые характеризовали вероятность выполнения всех заданий международного банка отдельными учащимися или всей выборкой учащихся.

Результаты международного тестирования по математике и естествознанию для учащихся 4 и 8 классов обрабатывались и анализировались отдельно. В результате статистической обработки данных исследования каждому учащемуся были приписаны баллы по международной 1000-балльной шкале отдельно за выполнение заданий по математике и естествознанию.

Международные шкалы результатов учащихся 4 и 8 классов были построены в 1995 году с учетом того, что среднее значение средних баллов всех стран-участниц исследования было принято за 500 со стандартным отклонением 100. Результаты всех последующих исследований (1999, 2003 и 2007 годов для 8 класса и 2003 и 2007 годов для 4 класса) были представлены на шкале 1995 года, что позволило обеспечить сравнение результатов и выявить тенденции в их изменении.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Список российских участников исследования TIMSS-2007

Министерство образования и науки РФ: Фурсенко А.А., Калина И.И., Реморенко И.М., Тараданова И.И.

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки: Болотов В.А., Шаулин В.Н., Бархатова Т.А., Левин Я.А., Соловьев Б.Б., Круглинский И.К.

Институт содержания и методов обучения РАО: Рыжаков М.В., Калинова Г.С., Корощенко А.С., Резникова В.З., Страут Е.К., Нурминский И.И., Барабанов В.В., Дюкова С.Е., Виноградова Н.Ф., Рослова Л.О., Минаева С.С.

Центр оценки качества образования ИСМО РАО: Ковалева Г.С., Краснянская К.А., Смирнова Е.С., Баранова В.Ю., Мельник И.Г., Кошеленко Н.Г., Нурминская Н.В., Воробьева Н.В., Денищева Л.О.

Регион	Региональный координатор	Регион	Региональный координатор
1. Республика Адыгея – Аракелов А.В.		30. Кемеровская область – Егина Л.Г.	
2. Республика Башкортостан – Рямов Р.Ф.		31. Кировская область – Ширяева Т.А.	
3. Республика Дагестан – Гаджиева М.А.		32. Костромская область – Муравьева Л.Л.	
4. Кабардино-Балкарская Республика – Атаев А.Ж.		33. Курганская область – Кабанькова Н.М.	
5. Карачаево-Черкесская Республика – Кичев М.Х.		34. Курская область – Ященко О.В.	
6. Республика Карелия – Самойлова Р.И.		35. Липецкая область – Яблоновская О.В.	
7. Республика Коми – Морозов А.И.		36. Московская область – Голикова Е.А.	
8. Республика Марий Эл – Корякина О.А.		37. Нижегородская область – Лутохина Т.А.	
9. Республика Саха (Якутия) – Алексеева Г.И.		38. Новосибирская область – Пиотух Е.И.	
10. Республика Северная Осетия – Астафьева Е.А.		39. Омская область – Касаткина О.А.	
11. Республика Татарстан – Федорова Т.Т.		40. Оренбургская область – Тимченко Л.А.	
12. Удмуртская Республика – Леошко А.Н.		41. Орловская область – Гомозов В.В.	
13. Республика Хакасия – Боярская Н.М.		42. Пензенская область – Юдин Р.В.	
14. Чувашская Республика – Арзамасцева Г.Ю.		43. Пермский край – Скорогонова С.А.	
15. Алтайский край – Лекомцев В.П.		44. Псковская область – Бочерашвили В.Т.	
16. Краснодарский край – Мостовая Т.В.		45. Ростовская область – Бубнова Я.А.	
17. Красноярский край – Черепова Л.И.		46. Рязанская область – Золотов Ю.В.	
18. Приморский край – Ульяновкина Н.С.		47. Самарская область – Чернышова Е.М.	
19. Ставропольский край – Кравченко И.Г.		48. Саратовская область – Губанова Е.В.	
20. Амурская область – Дмитриева Л.Е.		49. Свердловская область – Мамонтова М.Ю.	
21. Архангельская область – Дитятьева О.В.		50. Смоленская область – Колпачков Н.Н.	
22. Астраханская область – Болтик О.В.		51. Тамбовская область – Постульгин А.В.	
23. Белгородская область – Демина Л.И.		52. Тульская область – Шамота М.В.	
24. Брянская область – Горенкова С.Ю.		53. Челябинская область – Абрамова Т.В.	
25. Владимирская область – Пимкина Л.И.		54. Читинская область – Ковалева Л.В.	
26. Волгоградская область – Кривцова Т.В.		55. г. Москва – Афиногенов А.М.	
27. Воронежская область – Дендебер И.А.		56. г. Санкт-Петербург – Ибрагимов Н.И.	
28. Иркутская область – Костин А.К.		57. Еврейская АО – Сурменко О.М.	
29. Калининградская область – Короткевич М.И.		58. Ханты-Мансийский АО – Возняк С.А.	

2. Результаты российских учащихся 4 и 8 классов по математике

2.1. Общие подходы к оценке математической подготовки школьников

Содержание математической части международных тестов TIMSS было определено в рамках совместной работы разработчиков проекта при активном участии представителей всех стран-участниц исследования. При отборе вопросов содержания, подлежащих проверке, учитывались запросы современного общества, а также важность изучения этих вопросов в рамках математики. В итоге этой работы были выделены вопросы содержания, которые являются общими для большинства стран-участниц, а также вопросы содержания, которые изучаются далеко не в каждой стране, но владение которыми актуально для современного общества. В качестве примера можно привести включение такой темы, как «Представление данных», которой к моменту проведения исследования в некоторых странах (включая и Россию) не было в программе по математике начальной школы.

Очевидно, что при таком подходе содержание проверочных заданий в той или иной степени не отвечало содержанию программы обучения математике соответствующей параллели классов в каждой из стран. Для России это отличие значительно больше, чем для многих стран, так как программа российской основной и начальной школы существенно отличается от программ большинства других стран по номенклатуре вопросов и требованиям к подготовке учащихся.

Для выявления тенденций в изменении состояния математической подготовки учащихся в 2007 году была в основном сохранена тематика большинства заданий и проверяемые виды учебной деятельности, которые были приняты на предыдущих этапах исследования в 1995, 1999 и 2003 годах. Кроме того, в 2007 году в тесты для учащихся 8 класса 86 заданий из 215 (46%) были взяты без изменения из тестов 2003 г., среди них часть заданий была из тестов 1995, 1999 гг.; для учащихся начальной школы из 179 заданий 74 (46%) были из тестов 1995 и 2003 гг. План разработки тестовых заданий по математике для 4 и для 8 классов определялся двумя составляющими – вопросами содержания, включенными в тест, и видами учебно-познавательной деятельности, владение которыми должны продемонстрировать учащиеся при выполнении заданий.

По сравнению с предыдущими этапами исследования при выделении основных разделов содержания тестирования учащихся начальной школы были объединены в один блок, названный «Геометрические фигуры и измерения», два блока – «Геометрия» и «Измерения». Некоторые пропедевтические вопросы, которые в 2003 г. были отнесены к разделу «Алгебра» (последовательности, уравнения и зависимости), были включены в блок «Числа». Блок «Анализ данных» получил другое название – «Представление данных», которое более адекватно отражало включенные в него вопросы содержания, относящиеся к разделу «Статистика». Следует отметить, что, как и в 2003 году, усвоение темы «Вероятность» не оценивалось. Отказ от проверки указанной темы, видимо, отражает ситуацию, сложившуюся в мире – далеко не все страны считают, что к изучению вероятности надо приступать уже в начальной школе. В то же время изучение вопросов, связанных с описательной статистикой, признается необходимым.

В таблице 2.1 представлено распределение времени выполнения всех математических заданий теста TIMSS, которое организаторы исследования отвели на проверку овладения материалом выделенных блоков содержания, типичных для большинства стран-участниц исследования.

По сравнению с 2003 годом увеличено на 5% время на тему «Данные и Шансы» для тестирования учащихся 4 и 8 классов.

Таблица 2.1

**Распределение времени выполнения заданий математической части
тестов TIMSS по выделенным блокам содержания**

Блоки содержания	4 класс	8 класс
Числа	50%	30%
Алгебра	–	30%
Геометрические фигуры и измерения	35%	–
Геометрия	–	20%
Данные и Шансы	15%	20%
Итого	100%	100%

Распределение времени тестирования на выделенные блоки содержания показывает существенные отличия приоритетов в важности изучения материала этих блоков, принятых в международном исследовании и в российской школе. Данные, приведенные в таблице, показывают, что при проверке подготовки учащихся начальной школы центральное место занимает блок «Числа», который занимает такое же место в программе российской начальной школы. В то же время значительное внимание уделяется проверке блоков «Геометрия» и «Данные и Шансы». Это говорит о значении, которое придается в международном исследовании овладению выпускниками начальной школы геометрическим материалом и умению работать с данными. Отметим, что в российской начальной школе геометрическому материалу уделяется мало внимания, а материал, относящийся к блоку «Данные и Шансы», вообще не включен в действующую программу.

При тестировании учащихся 8 класса проверке четырех выделенных блоков внимание уделяется почти в равной мере. Т.е. владение материалом таких блоков, как «Числа» и «Данные и шансы» считается таким же важным, как владение материалом традиционных блоков «Алгебра» и «Геометрия», которым уделяется главное внимание в программе российской основной школы.

Для разработки тестовых заданий был составлен перечень вопросов содержания для 8 и для 4 классов, которые определили состав каждого из выделенных блоков содержания. Овладение проверяемым учебным материалом контролировалось на трех различных уровнях, различающихся при выполнении соответствующих заданий видом ожидаемой познавательной деятельности: *Знание, Применение и Рассуждения (объяснения)*.

Кратко охарактеризуем содержание этих видов деятельности, принятое разработчиками международных тестов.

Первый вид деятельности – *знание* – сфокусирован на знании фактов, понятий и процедур, которые должен знать учащийся. В отличие от привычного для требований российской школы только знания фактов и понятий, на международном уровне этот вид деятельности связывают также с использованием стандартных алгоритмов и методов в стандартных ситуациях. По сути, использование процедур сводится к воспроизведению последовательности изученных действий и их выполнению (например, сложить две дроби, разделить число в заданном отношении, решить стандартное линейное уравнение, использовать соответствующие инструменты и т.п.). Виды деятельности, связанные с областью «знание», включают: *воспроизведение, распознавание (идентификацию), вычисления, извлечение информации, использование инструментов, классификацию и упорядочивание математических объектов*.

Второй вид – *применение* – сфокусирован на способности учащихся применять знания и понимание изученных понятий и методов для решения задач, в которых в основном приходится иметь дело либо со знакомыми учебными ситуациями, либо с несколько измененными ситуациями. Эти задачи должны быть близки к учебным задачам, которые используются на уроках для организации практики в применении

изучаемых методов или техники. Они должны различаться по сложности, но при этом быть знакомы учащимся, чтобы они могли осуществить выбор и применить один из известных им методов решения. По своему характеру эти задачи могут быть чисто математическими, учебными, связанными, например, только с алгебраическими выражениями, функциями, уравнениями, геометрическими фигурами, статистическими данными. Но они могут быть связаны и с некоторой реальной жизненной ситуацией. Виды деятельности, связанные с областью «применение», включают: *выбор метода или стратегии решения, создание равносильных форм представления математических объектов, создание моделей представленной ситуации, выполнение последовательности математических указаний, решение стандартных задач.*

Третий вид деятельности – *рассуждения* – явно выходит за рамки решения стандартных задач и связан с применением знаний в незнакомой для учащихся ситуации. К математическим рассуждениям в исследовании относят интуитивные и индуктивные рассуждения, базирующиеся на рассмотрении последовательностей и зависимостей, которые могут быть использованы для решения нестандартных задач. Задачи, требующие проведения рассуждений, могут различаться между собой новизной предлагаемой ситуации, сложностью вопроса, количеством шагов решения, необходимостью интегрировать знания из различных разделов математики. Проведение рассуждений включает различные виды деятельности (*наблюдать, делать выводы, выводить логические следствия, основанные на предположениях и правилах, и объяснять результаты*), каждый из которых является значимым результатом обучения и способствует развитию более обобщенного стиля мышления.

Необходимо отметить, что распределение заданий по этим видам деятельности весьма условно, так как в зависимости от содержания и требований к подготовке учащихся в той или иной стране одно и то же задание придется отнести к разным видам деятельности. Это замечание в полной мере справедливо и для российской школы.

В таблице 2.2 приведено распределение времени выполнения всех математических заданий теста TIMSS по выделенным видам деятельности.

Таблица 2.2

Распределение времени выполнения заданий математической части тестов TIMSS по выделенным видам деятельности

Виды учебно-познавательной деятельности	Время тестирования	
	4 класс	8 класс
Знание	40%	35%
Применение	40%	40%
Рассуждения (объяснения)	20%	25%
Итого	100%	100%

Обращает на себя внимание неравномерное распределение времени на эти виды деятельности, а также отличие этих распределений в тестах для 4 и 8 классов. Так, в 8 классе несколько меньше внимания уделяется проверке знаний и несколько больше – проверке умения рассуждать (объяснять).

Разработчики концепции исследования придерживаются общепринятого мнения о том, что конечная цель обучения математике – сформировать у учащихся способность применять полученные знания для решения различных задач, с которыми им приходится иметь дело в повседневной жизни, при обучении, а в дальнейшем – при вступлении во взрослую жизнь. Поэтому самое большое время выделено на проверку умения применять знания в стандартных ситуациях (4 класс – 40%, 8 класс – 40%), подобных тем, с которыми учащиеся основной и начальной школы встречались на уроках, а также в нестандартных ситуациях (4 класс – 20%, 8 класс – 25%), требующих проведения математических рассуждений. При этом значительное время (4 класс – 40% и 8 класс – 35%) уделено проверке овладения основой, на которой формируется

способность применять полученные знания, т.е. проверке знания фактов и процедур, овладения важными математическими понятиями.

В тестах были использованы три типа заданий: с выбором ответа, с кратким и развернутым ответом, соотношение между которыми явно изменилось по сравнению с исследованием 1995 года. Рассмотрим это на примере тестовых заданий для начальной школы.

Распределение заданий в тестах для начальной школы по типу представлено в таблице 2.3.

Таблица 2.3

Распределение заданий в тестах для начальной школы

Циклы исследования	Типы тестовых заданий			
	С выбором ответа	С кратким ответом ¹	С развернутым ответом	Всего вопросов
1995 г.	75%	19%	6%	103
2003 г.	54%	41%	5%	161
2007 г.	59%	39%	2%	179

По сравнению с 1995 г. в 2003 г. и 2007 г. явно изменилось соотношение между тремя типами заданий. Уменьшено число заданий с выбором ответа в пользу заданий с кратким ответом, увеличено количество различных типов заданий с кратким ответом. При этом по-прежнему сохранено очень небольшое число заданий, требующих записи объяснения или решения. Такая же тенденция характерна и для состава заданий для учащихся 8 класса.

Задания, разработанные для проведения исследования, оценивались экспертами каждой из стран-участниц. В итоге этой работы для составления тестов для восьмиклассников были отобраны 215 математических заданий. На их основе были составлены 14 групп заданий. Эти группы были использованы для подготовки 14 вариантов международного теста, в каждом из которых были задания по математике и по естествознанию. Эти варианты содержали 55-60 заданий. В каждом варианте было две группы заданий по математике и две группы – по естествознанию, отношение между числом заданий по математике и естествознанию составляло примерно 1:1. На выполнение теста отводилось 90 минут.

Для составления тестов для учащихся начальной школы были отобраны 179 математических заданий. Из них также было составлено 14 групп заданий. Каждый вариант теста включал задания по математике и естествознанию. Эти варианты содержали 44-50 заданий. В вариантах отношение между числом заданий по математике и естествознанию составляло примерно 1:1. На выполнение теста отводилось 72 минуты.

Представляет интерес прием, использованный разработчиками вариантов тестов для учащихся 4 и 8 классов, который способствует получению объективных результатов выполнения заданий выборкой учащихся. Наблюдения за учащимися показали, что далеко не все из них успевали попробовать решить задания теста, расположенные ближе к его концу, а также из-за усталости не могли показать свои истинные знания. Чтобы исключить влияние этих факторов, каждая из 14 групп заданий была включена в два варианта теста, причем в одном варианте теста данная группа располагалась в первой половине теста, а в другом варианте – во второй половине. Результаты выполнения одних и тех же заданий затем суммировались.

¹ Эти задания, кроме ответа в виде числа, величины, выражения, нескольких слов, включают также и такие формы краткого ответа, как построение фигур, распознавание равных фигур среди предложенных, заполнение таблиц различного вида, определение положения и построение точек на карте с учетом ее масштаба.

2.2. Основные результаты учащихся 8 класса по математике

Участие России в международных исследованиях дает возможность сравнить успешность российских учащихся с учащимися других стран и оценить состояние российского математического образования с позиций приоритетов, принятых на международном уровне.

Как и на предыдущих этапах исследования TIMSS (1995, 1999, 2003 гг.), в 2007 году успешность выполнения математической части международного теста выборкой учащихся, представлявших конкретную страну, характеризовал **средний балл**, который подсчитывался по результатам выполнения учащимися конкретной страны только математических заданий, которые были включены в варианты международного теста.

В качестве показателя, характеризующего успешность выполнения тестов всеми участниками исследования, используется средний международный балл, значение которого равно 500 (см. таблицы 2.4 и 2.7). В качестве дополнительной информации, необходимой для интерпретации результатов, в таблице для каждой страны приведены: число лет обучения в школе на момент тестирования, средний возраст тестируемых учащихся и индекс развития стран, который определялся ЮНЕСКО на основе данных об ожидаемой продолжительности жизни, уровне образования и ВВП на душу населения каждой страны.

Средний балл российских учащихся 8 класса составил 512 баллов, что статистически значимо превышает средний международный балл (500 баллов).

Состояние и тенденция изменения математической подготовки российских восьмиклассников в 2007 г. характеризуются на основе сравнения среднего балла России: с собственными средними баллами, полученными на предыдущих этапах исследования; со средним баллом всех участников исследования в 2007 г.; со средними баллами других стран в 2007 г. (см. таблицу 2.4).

Тенденцию изменения общей успешности российских восьмиклассников характеризуют значения средних баллов, полученных при участии в четырех этапах исследования TIMSS (1995 г. – 524, 1999 г. – 526, 2003 г. – 508, 2007 г. – 512).

По сравнению с предыдущими этапами исследования TIMSS (в 1995, 1999 и 2003 годах) в результатах России и стран, которые участвовали во всех этапах исследования, произошли изменения, которые отражены в таблице 2.5.

Сравнение средних баллов с использованием точных математических методов показывает, что результаты тестирования российских восьмиклассников в 2007 г. статистически значимо ниже по сравнению с 1999 годом и не отличаются от результатов 1995 и 2003 годов (см. таблицу 2.5). Таким образом, **результаты российских восьмиклассников за последние 8 лет (по сравнению с 1999 г.) существенно понизились**, однако за последние 4 года (по сравнению с 2003 г.) **наметилась тенденция стабилизации результатов**.

По сравнению со средним международным баллом (500) по математике в 2007 г. 49 стран-участниц делятся на **три группы**:

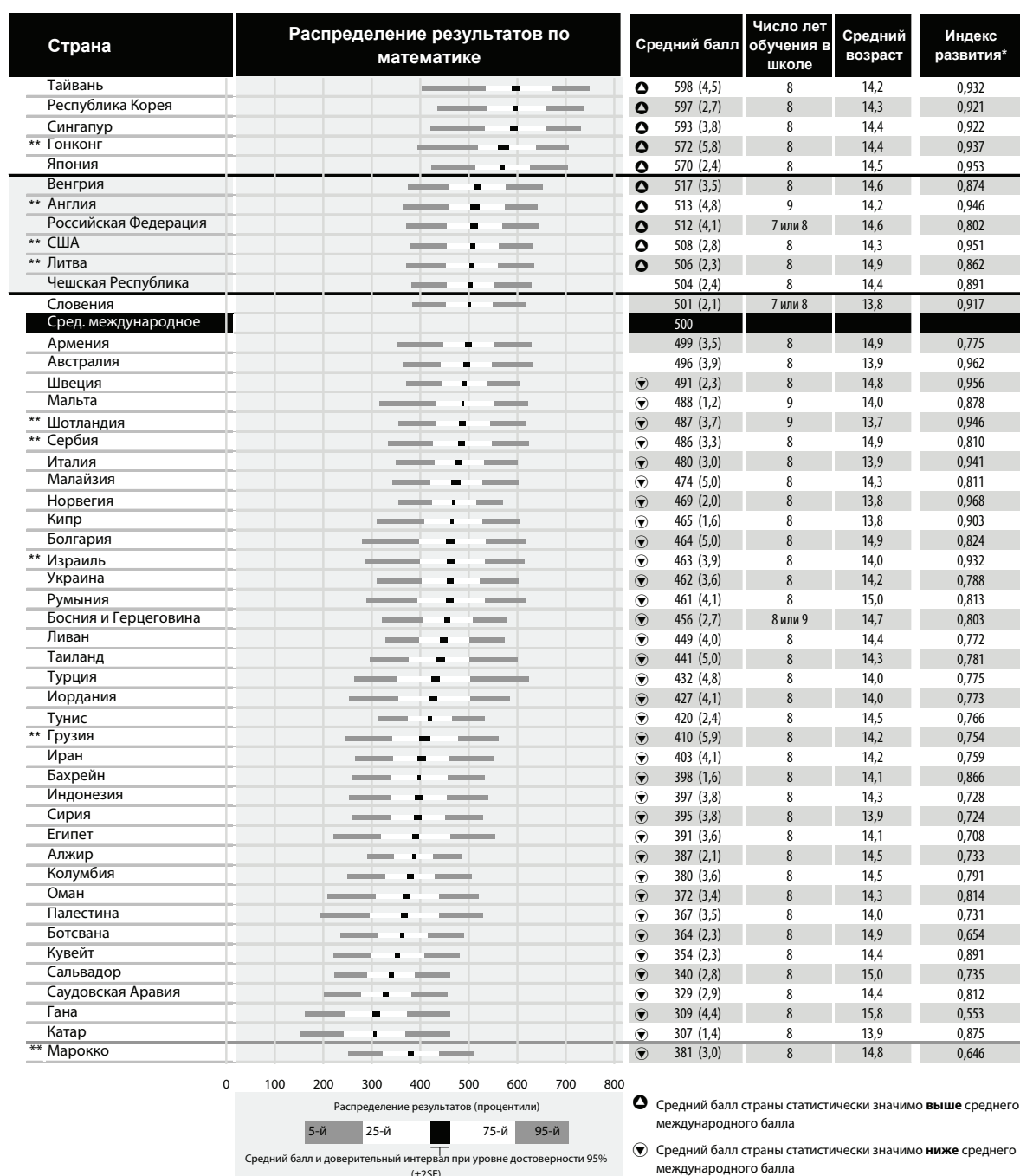
- 10 стран, результаты которых статистически значимо **выше** среднего международного балла (Тайвань, Республика Корея, Сингапур, Гонконг, Япония, Венгрия, Англия, **Российская Федерация**, США, Литва);

- 4 страны, результаты которых **не имеют значимого отличия** от среднего международного балла (Чешская Республика, Словения, Армения, Австралия);

- 35 стран, результаты которых статистически значимо **ниже** среднего международного балла (Швеция, Мальта, Шотландия, Сербия, Италия, Малайзия, Норвегия, Кипр, Болгария, Израиль, Украина, Румыния, Босния и Герцеговина, Ливан, Таиланд, Турция, Иордания, Тунис, Грузия, Иран, Бахрейн, Индонезия, Сирия, Египет, Алжир, Колумбия, Оман, Палестина, Ботсвана, Кувейт, Сальвадор, Саудовская Аравия, Гана, Катар, Марокко).

Таблица 2.4

Основные результаты учащихся 8 классов по математике



Источник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007

* Индекс развития включает в себя три составляющие: ожидаемая продолжительность жизни, уровень образования и ВВП на душу населения. Источник: United Nations Development Programme's Human Development Report 2007/2008, стр.229-232

** Страны, не выполнившие некоторые обязательные требования к формированию выборки
() В скобках указана стандартная ошибка измерения

При интерпретации результатов исследования TIMSS следует иметь в виду, что в исследовании 2007 г. не принимали участие такие развитые страны, отличающиеся высоким уровнем математического образования, как, например, Франция, Бельгия, Нидерланды, Канада, Германия. В то же время, значительную часть стран-участниц исследования в 2007 г. составляли страны с низким уровнем математического образования.

Таблица 2.5

Изменения результатов стран по математике в исследовании TIMSS (8 класс)

	с 2003 г. по 2007 г.	с 1999 г. по 2007 г.	с 1995 г. по 2007 г.
Страны, результаты которых статистически значимо повысились	Тайвань, Республика Корея, Англия, Словения, Армения, Сербия, Норвегия, Кипр, Ливан, Тунис, Гана	Тайвань, Республика Корея, Англия, Литва	Республика Корея, Англия, США, Литва, Колумбия
Страны, результаты которых статистически значимо понижились	Сингапур, Гонконг, Венгрия, Швеция, Шотландия, Малайзия, Израиль, Румыния, Египет, Палестина	Япония, Венгрия, Российская Федерация , Чешская Республика, Малайзия, Кипр, Болгария, Таиланд, Тунис, Иран	Сингапур, Япония, Венгрия, Чешская Республика, Австралия, Швеция, Норвегия, Болгария, Румыния, Иран

Сравнение среднего балла России со средними баллами других стран позволило определить позицию России по отношению к каждой из 49 стран-участниц исследования:

- результаты значимо **выше среднего балла России** в 5 странах: Тайвань, Республика Корея, Сингапур, Гонконг, Япония;
- результаты **не отличаются от среднего балла России** в 5 странах: Венгрия, Англия, США, Литва, Чешская Республика;
- результаты значимо **ниже среднего балла России** в 38 странах: Словения, Армения, Австралия, Швеция, Мальта, Шотландия, Сербия, Италия, Малайзия, Норвегия, Кипр, Болгария, Израиль, Украина, Румыния, Босния и Герцеговина, Ливан, Таиланд, Турция, Иордания, Тунис, Грузия, Иран, Бахрейн, Индонезия, Сирия, Египет, Алжир, Марокко, Колумбия, Оман, Палестина, Ботсвана, Кувейт, Сальвадор, Саудовская Аравия, Гана, Катар.

Таким образом, в 2007 г. из 49 стран-участниц 5 стран показали результаты **значимо выше** не только российских (512 баллов), но и всех других стран-участниц. Эта группа стран включает страны Юго-Восточной Азии (Республика Корея, Сингапур, Гонконг) и Тихоокеанского региона (Япония и Тайвань). Некоторые из этих стран при участии на предыдущих этапах исследования (1995, 1999, 2003 гг.) также показали результаты выше остальных стран. Различие результатов этих стран с российскими достаточно велико – от 58 до 86 баллов.

Россия входит в группу из 5 стран, которая следует за лидирующими странами. При этом не в лучшую сторону изменилось положение России по сравнению с некоторыми странами. Так, в 1999 году результаты учащихся США, Литвы и Англии были существенно ниже российских, а в 2007 г. их результаты не отличаются от российских. Т.е. за прошедшие годы эти 3 страны сумели повысить математическую подготовку своих учащихся, а в России этого не произошло.

Отметим, что проводить непосредственное сравнение с такими странами, как Гонконг, Тайвань, Сингапур и Республика Корея следует с учетом контекстных показателей, например, материального благосостояния страны, размера и численности населения. Тем не менее, целесообразно изучить опыт лидирующих стран, чтобы понять, какие именно факторы, связанные с содержанием и организацией обучения математике в этих странах, обеспечивают высокий уровень математического образования.

Распределение восьмиклассников России по уровням математической подготовки

В исследовании для характеристики математической подготовки учащихся, кроме среднего балла, который показывает только общее состояние этой подготовки на фоне других стран, используются и другие показатели, позволяющие составить более полное и содержательное описание этой подготовки.

Значительный интерес представляет принятый в исследовании подход к распределению учащихся на группы, различающиеся продемонстрированным уровнем математической подготовки, и определению содержания познавательной деятельности, характерной для выделенных уровней подготовки учащихся.

По принятой в исследовании 1000-балльной шкале (среднее значение равно 500 и стандартное отклонение равно 100) подсчитывалась количественная оценка трудности заданий теста по технологии, разработанной в рамках современной теории тестирования (IRT – Item Response Theory). Этот подход был основан на учете реальной трудности заданий, включенных в варианты международного теста. С учетом трудности заданий, выполненных учащимся, ему по этой же шкале выставались соответствующие баллы.

Очевидно, что эта оценка математической подготовки имеет вероятностный характер. Поэтому ее нельзя трактовать так, что конкретный ученик не способен решить ни одной задачи, реальная трудность которой выше полученного им балла, и решит любую задачу, трудность которой соответствует или ниже полученного им балла (оценки состояния его математической подготовки). Принятый в исследовании подход позволяет сделать вывод о том, что существует достаточно большая вероятность (65%), что ученик успешно справится с заданиями, трудность которых ниже полученной оценки его математической подготовки, и, скорее, не сможет выполнить задания, трудность которых выше его оценки.

Отметим, что описания этих уровней явно несут на себе отпечаток содержания конкретных заданий, отобранных для международного теста, поэтому не применимы для описания подготовки в других исследованиях, отличающихся по содержанию работы.

Ниже приведено описание четырех уровней математической подготовки учащихся 8 класса, которое было составлено разработчиками международных тестов. Отметим, что все виды математической деятельности, которые выделены на более низких уровнях, являются составными частями деятельности, присущей более высокому по сравнению с ними уровню. Необходимо также иметь в виду, что в случае, когда оценка математической подготовки ученика ниже низкого уровня, не следует делать вывод о том, что этот ученик не может выполнять никакую математическую деятельность. Просто он не смог успешно применить свои математические знания в большинстве заданий, предложенных в проведенном исследовании.

1. **Продвинутый уровень** математической подготовки (625 баллов). Учащиеся могут организовать полученную информацию и сделать выводы на ее основе, делать обобщения и решать нестандартные проблемы. Они могут решать разнообразные задачи, связанные с применением отношений, пропорций и процентов. Они могут применять свои знания о числах, алгебраических понятиях и зависимостях. Они могут составить алгебраическую модель предложенной ситуации. Они могут применить свои знания по геометрии для разрешения сложных проблемных ситуаций. Они могут извлекать и использовать данные из различных источников для решения многошаговых проблем. Примеры заданий, выполнение которых характеризует продвинутый уровень математической подготовки, представлены в Приложении 2 (см. примеры 1 и 2).

2. **Высокий уровень** математической подготовки (550 баллов). Учащиеся могут применять свои знания в разнообразных, достаточно сложных ситуациях. Они могут устанавливать связи и производить вычисления с обыкновенными и десятичными

дробями и процентами, выполнять действия с целыми отрицательными числами и решать задачи с использованием пропорциональной зависимости величин. Учащиеся могут работать с алгебраическими выражениями и линейными уравнениями. Они могут использовать свои знания свойств геометрических фигур, чтобы решать задачи на вычисление площади, объема и величины углов. Они могут интерпретировать данные, представленные на разнообразных графиках и таблицах, решать простые задачи, связанные с вероятностью событий. Примеры заданий представлены в Приложении 2 (см. примеры 3 и 4).

3. **Средний уровень** математической подготовки (475 баллов). Учащиеся могут применять базовые математические знания в стандартных, четко определенных ситуациях. Они могут производить сложение и умножение целых чисел и десятичных дробей для решения одношаговых текстовых задач. Они могут работать со знакомыми обыкновенными дробями. Они понимают простые алгебраические зависимости. Они владеют базовыми геометрическими понятиями, демонстрируют понимание свойств треугольника. Они могут читать и интерпретировать таблицы и графики. Они имеют базовые представления о вероятности. Примеры заданий приведены в Приложении 2 (см. примеры 5 и 6).

4. **Низкий уровень** математической подготовки (400 баллов). Учащиеся имеют некоторые знания о натуральных числах, десятичных дробях и действиях с ними, стандартных графиках и диаграммах. Примеры заданий приведены в Приложении 2 (см. примеры 7 и 8).

Общее представление о распределении восьмиклассников стран-участниц исследования по выделенным уровням математической подготовки позволяют составить данные, представленные в таблице 2.6.

Приведенные данные наглядно показывают, насколько по сравнению с другими странами больше процент учащихся, которые достигли продвинутого и высокого уровней подготовки, в пяти лучших странах, о которых говорилось выше.

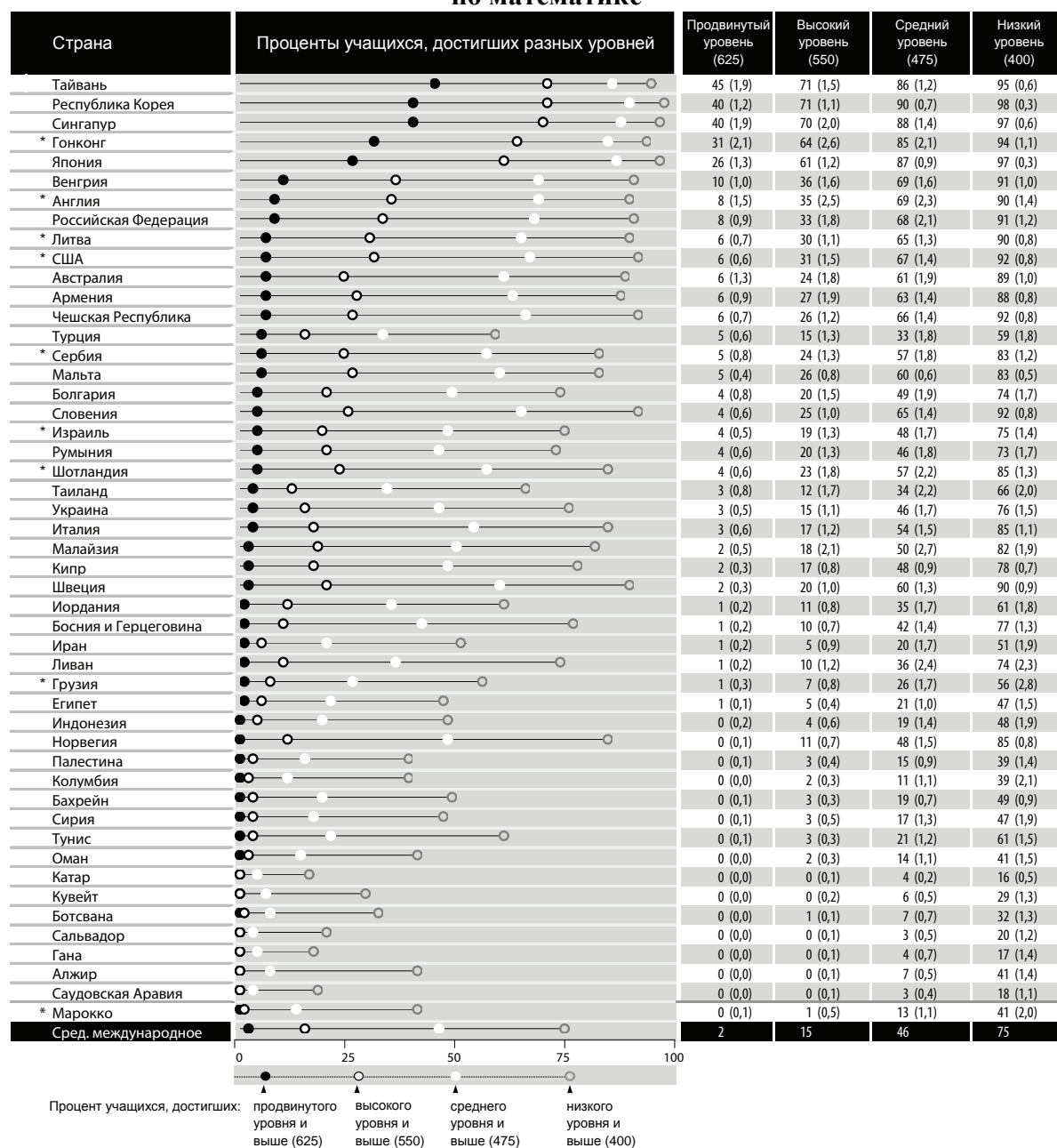
Для получения более полного представления о математической подготовке российских восьмиклассников рассмотрим тенденцию изменения ее состояния с 1995 по 2007 год, используя данные о распределении российских учащихся по уровням подготовки на четырех этапах исследования. Эти данные приведены на рисунке 2.1. При интерпретации данных, представленных на диаграмме, следует учитывать, что учащиеся, достигшие определенного уровня, например, высокого, также продемонстрировали освоение учебного материала более низких уровней, в данном примере – среднего и низкого.

Приведенные данные показывают, что по сравнению с результатами, показанными на первых двух этапах исследования (1995 и 1999 гг.), в 2003 и 2007 гг. наблюдается явное снижение числа российских восьмиклассников, достигших продвинутого и высокого уровней математической подготовки (1995 – 38%, 1999 – 39%, 2003 – 30%, 2007 – 32%). В то же время по сравнению с 2003 г. в 2007 г. немного (на 1%-2%), но увеличилось число восьмиклассников, достигших этих двух более высоких уровней.

Обращает на себя внимание также значительное число восьмиклассников (от 27% до 36%), которые на всех этапах исследования продемонстрировали низкий или даже ниже низкого уровень математической подготовки. Эти данные свидетельствуют о коренных недочетах математической подготовки значительной части учащихся российской основной школы, так как программа российской основной школы обеспечивает возможность выполнения подавляющего большинства заданий, включенных в международные тесты, хотя некоторые темы изучаются в 9 классе.

Таблица 2.6

Распределение учащихся 8 классов, достигших разных уровней подготовки по математике



* Страны, не выполнившие некоторые обязательные требования к формированию выборки

() В скобках указана стандартная ошибка измерения

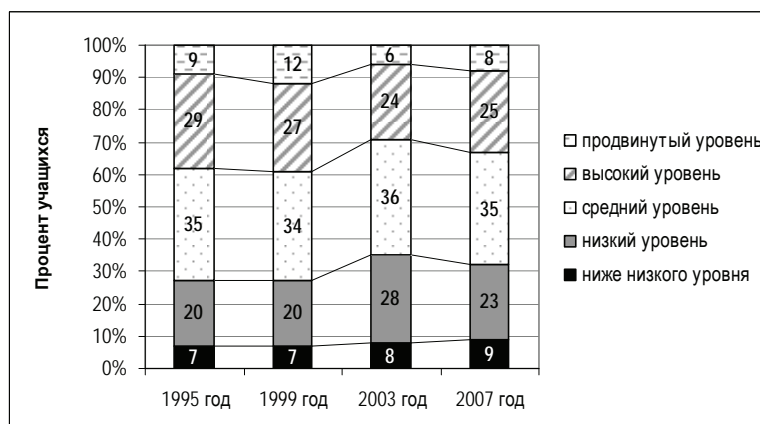


Рис. 2.1. Распределение российских учащихся 8 класса по уровням математической подготовки

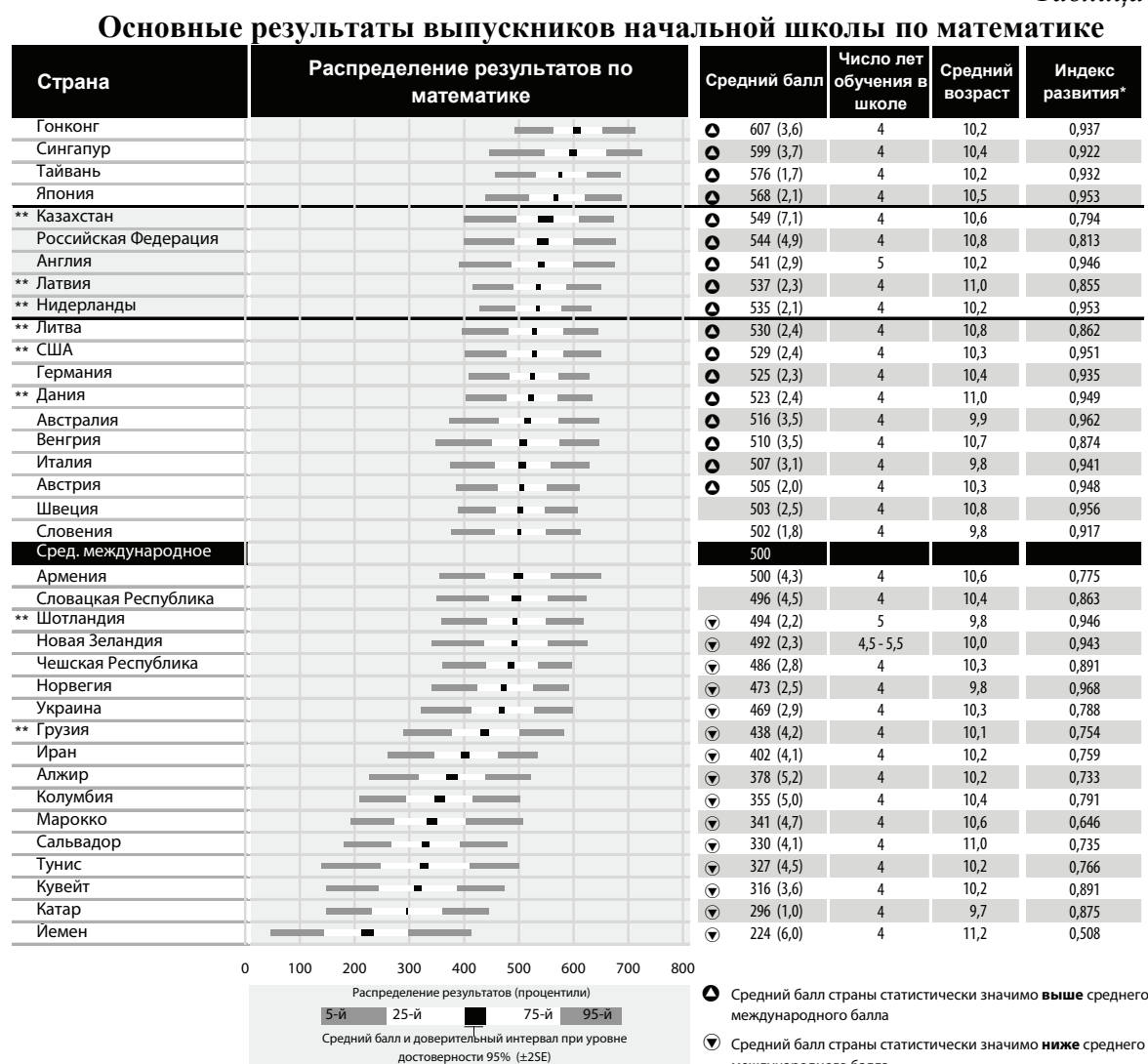
Получить дополнительную информацию о подготовке российских учащихся позволяет сравнение российских результатов с результатами других стран, которые показали в целом либо самые высокие результаты среди всех стран, либо результаты, не отличающиеся от российских.

Самый высокий уровень – продвинутый – математической подготовки показали 8% российских восьмиклассников. В лидирующих странах (Республика Корея, Тайвань, Сингапур, Гонконг, Япония) таких учащихся намного больше – 26%-40%, в группе стран, результаты которых не отличаются от российских (Венгрия, Англия, США, Литва и Чешская Республика), – 6%-10%, т.е. примерно столько же, сколько и в России.

2.3. Основные результаты учащихся 4 класса по математике

Общее представление о математической подготовке российских четвероклассников на фоне других стран позволяют получить данные таблицы 2.7. В ней представлены результаты всех стран, участвовавших в исследовании математической подготовки учащихся начальной школы.

Таблица 2.7



Источник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007

Индекс развития включает в себя три составляющие: ожидаемая продолжительность жизни, уровень образования и ВВП на душу населения. Источник: United Nations Development Programme's Human Development Report 2007/2008, стр.229-232
 Страны, не выполнившие некоторые обязательные требования к формированию выборки
 В скобках указана стандартная ошибка измерения

Состояние и тенденция изменения математической подготовки российских четвероклассников в 2007 г. характеризуются на основе сравнения среднего балла России: с собственными средними баллами, полученными на предыдущих этапах

исследования; со средним баллом всех участников исследования в 2007 г.; со средними баллами других стран в 2007 г.

Средний балл российских выпускников начальной школы в 2007 г. равен 544 баллам. По сравнению с 2003 г. (532 балла) он увеличился на 12 баллов, однако это различие не является статистически значимым. Таким образом, согласно принятым в TIMSS международным требованиям к математической подготовке четвероклассников, **успешность российских четвероклассников при выполнении международных тестов за четыре года, прошедшие после 2003 г., существенно не изменилась.**

По сравнению с предыдущим этапом исследования TIMSS в начальной школе (в 2003 г.), в результатах стран-участниц двух указанных этапов исследования произошли изменения, которые отражены в таблице 2.8.

Таблица 2.8

Изменения результатов стран по математике в исследовании TIMSS (4 класс)

	с 2003 г. по 2007 г.
Страны, результаты которых статистически значимо повысились	Гонконг, Тайвань, Англия, США, Австралия, Словения, Армения, Норвегия, Иран
Страны, результаты которых статистически значимо понижились	Венгрия, Тунис

По сравнению со средним международным баллом (500) по математике в 2007 г. 36 стран-участниц распределились на три группы:

- страны, результаты которых статистически значимо **выше** среднего международного балла (17 стран: Гонконг, Сингапур, Тайвань, Япония, Казахстан, **Российская Федерация**, Англия, Латвия, Нидерланды, Литва, США, Германия, Дания, Австралия, Венгрия, Италия, Австрия);
- страны, результаты которых **не имеют значимого отличия** от среднего международного балла (4 страны: Швеция, Словения, Армения, Словацкая Республика);
- страны, результаты которых статистически значимо **ниже** среднего международного балла (15 стран: Шотландия, Новая Зеландия, Чешская Республика, Норвегия, Украина, Грузия, Иран, Алжир, Колумбия, Марокко, Сальвадор, Тунис, Кувейт, Катар, Йемен).

Сравнение среднего балла России со средними баллами других стран позволило определить позицию выпускников начальной школы России по отношению к каждой из 36 стран-участниц исследования.

По сравнению со средним баллом России страны распределились на три группы:

- результаты значимо **выше среднего балла России** в 4 странах: Гонконг, Сингапур, Тайвань, Япония;
- результаты **не имеют значимого отличия от среднего балла России** в 4 странах: Казахстан, Англия, Латвия, Нидерланды;
- результаты значимо **ниже среднего балла России** в 27 странах: Литва, США, Германия, Дания, Австралия, Венгрия, Италия, Австрия, Швеция, Словения, Армения, Словацкая Республика, Шотландия, Новая Зеландия, Чешская Республика, Норвегия, Украина, Грузия, Иран, Алжир, Колумбия, Марокко, Сальвадор, Тунис, Кувейт, Катар, Йемен.

В группу лидирующих стран входят четыре страны (Гонконг, Сингапур, Тайвань и Япония), которые показали результаты значимо выше всех остальных участников, включая и Россию, не только в 4, но и в 8 классе, т.е. подготовка учащихся этих стран по сравнению с другими странами, включая и Россию, остается на более высоком уровне не только в начальной, но и в основной школе.

Результаты тестирования учащихся 4 и 8 классов позволяют выявить тенденцию изменения уровня математической подготовки в странах-участницах за 4 года, за которые учащиеся четвертого класса переходят в восьмой. Если восьмиклассники России по отношению к другим странам и занимают достаточно высокую и прочную позицию, то по отношению к собственным результатам, показанным в 4 классе (средний балл – 544), результаты 8 класса существенно ниже (средний балл – 512). Таким образом, достижения начальной школы теряются в российской основной школе.

Распределение учащихся 4 классов России по уровням математической подготовки

Как и для восьмиклассников, для учащихся начальной школы также были определены 4 уровня математической подготовки. Напомним, что все виды математической деятельности, которые выделены на более низких уровнях, являются составными частями деятельности, присущей более высокому по сравнению с ними уровню. Необходимо также иметь в виду, что в случае, когда оценка математической подготовки ученика ниже низкого уровня, не следует делать вывод о том, что этот ученик не может выполнять никакую математическую деятельность. Просто он не смог успешно применить свои математические знания в большинстве заданий, предложенных в проведенном исследовании.

Ниже приведено описание уровней математической подготовки, принятое разработчиками исследования.

1. **Продвинутый уровень** математической подготовки (625 баллов). Учащиеся могут применять свои знания к разрешению широкого круга достаточно сложных ситуаций и объяснять свои действия. Они могут применить в разнообразных ситуациях рассуждения, основанные на пропорциональной зависимости величин. Они демонстрируют развивающееся понимание обыкновенных и десятичных дробей. Они могут выбрать информацию, необходимую для решения многошаговой текстовой задачи, в которой представлены пропорциональные величины. Они могут составить сами или выбрать из предложенных правило составления зависимости величин. Учащиеся могут применять в разнообразных ситуациях геометрические знания о некоторых плоских и пространственных фигурах. Они могут организовать, проинтерпретировать и представить данные, необходимые для решения поставленной проблемы (см. Приложение 2, примеры 9 и 10).

2. **Высокий уровень** математической подготовки (550 баллов). Учащиеся могут применить свои знания к решению задач. Они могут решать многошаговые текстовые задачи, требующие проведения вычислений с натуральными числами. Они могут выполнять деление в разнообразных проблемных ситуациях. Они демонстрируют понимание поместного значения цифр в записи многозначного числа, а также несложных обыкновенных дробей. Они могут продолжить несложную последовательность для нахождения ее последующего члена и определить зависимость между данными парами чисел. Они могут интерпретировать и использовать данные, представленные в таблицах, на диаграммах и графиках для решения поставленных проблем (см. Приложение 2, примеры 11 и 12).

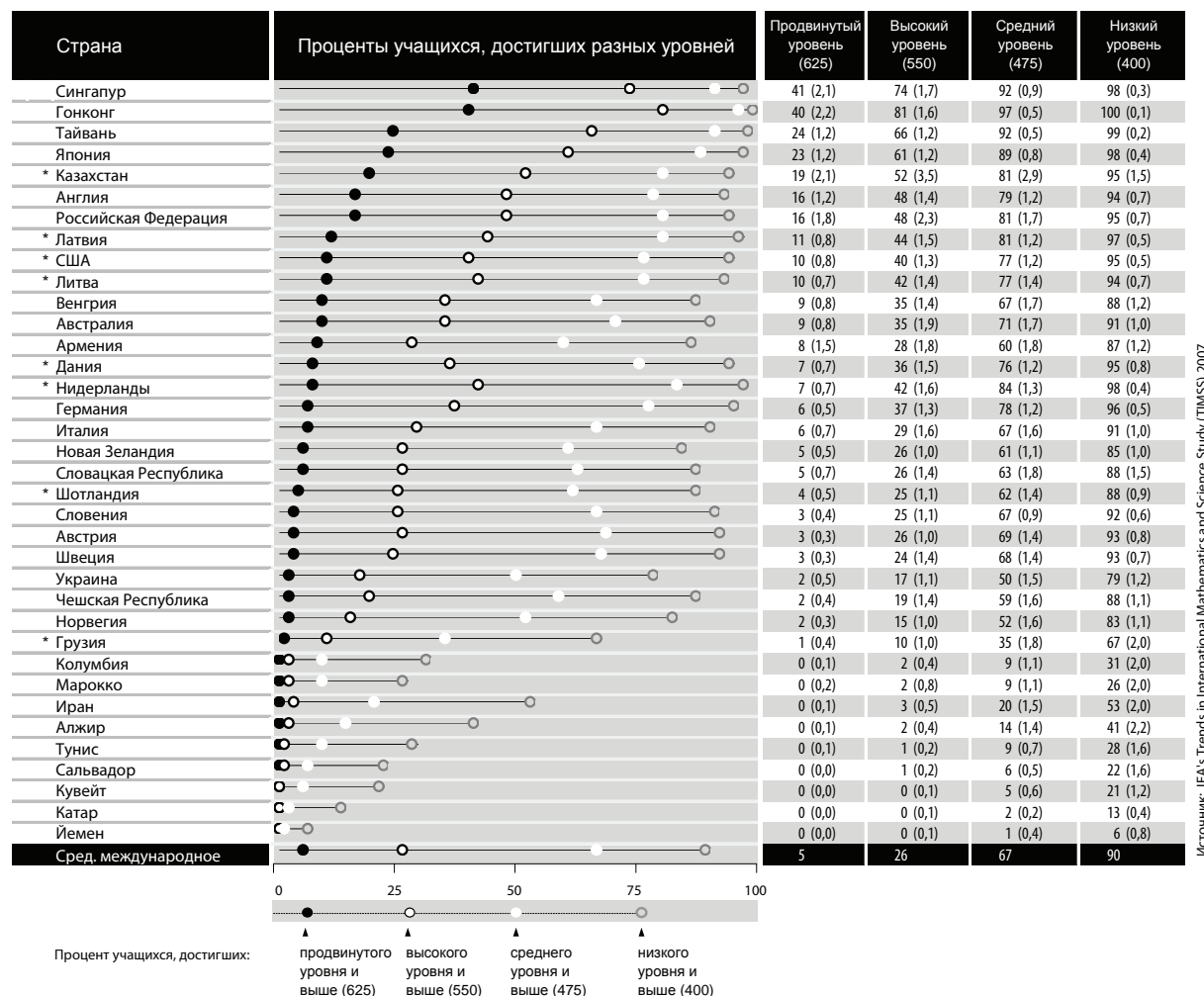
3. **Средний уровень** математической подготовки (475 баллов). Учащиеся могут применить базовые математические знания в простых ситуациях с четко поставленным прямым вопросом, на который надо ответить. Они могут прочитать, проинтерпретировать и использовать различные представления чисел. Они могут продолжить несложную числовую последовательность и последовательности, состоящие из геометрических фигур. Они могут прочитать и интерпретировать одни и те же данные, представленные в различной форме (см. Приложение 2, примеры 13 и 14).

4. **Низкий уровень** математической подготовки (400 баллов). Учащиеся имеют некоторые базовые знания. Учащиеся демонстрируют понимание сложения и вычитания натуральных чисел. Они демонстрируют знакомство с треугольниками и неформальными координатными плоскостями. Они могут прочесть информацию, представленную на простых столбчатых диаграммах и в таблицах (см. Приложение 2, пример 15).

В таблице 2.9 приводится распределение учащихся 4 классов по выделенным уровням математической подготовки.

Таблица 2.9

Распределение учащихся 4 классов, достигших разных уровней подготовки по математике



* Страны, не выполнившие некоторые обязательные требования к формированию выборки
() В скобках указана стандартная ошибка измерения

Источник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007

Самый высокий – продвинутый – уровень математической подготовки показали 16% учащихся российской начальной школы. В лидирующих странах (Гонконг, Сингапур, Тайвань, Япония) таких учащихся явно больше – 23%-41%. В группе стран, результаты которых в целом не отличаются от результатов России (Казахстан, Англия, Латвия, Нидерланды) – 7%-19%, т.е. примерно столько же или меньше, чем в России. В странах, где результаты в целом ниже российских, – от 2% до 10%.

Отметим, что в лидирующих странах математическая подготовка четвероклассников не только выше, но и более однородная, чем в следующей за ними группе стран, включая и Россию. Так, в Японии (61%), Сингапуре (74%) и Гонконге (81%) большинство учащихся достигли продвинутого или высокого уровня, а в России таких учащихся только около половины (48%).

На рисунке 2.2 приведено распределение российских выпускников начальной школы по выделенным уровням математической подготовки на двух этапах исследования: в 2003 и 2007 годах. При интерпретации данных, представленных на диаграмме, следует учитывать, что учащиеся, достигшие определенного уровня, например, высокого, также продемонстрировали освоение учебного материала более низких уровней, в данном примере – среднего и низкого.

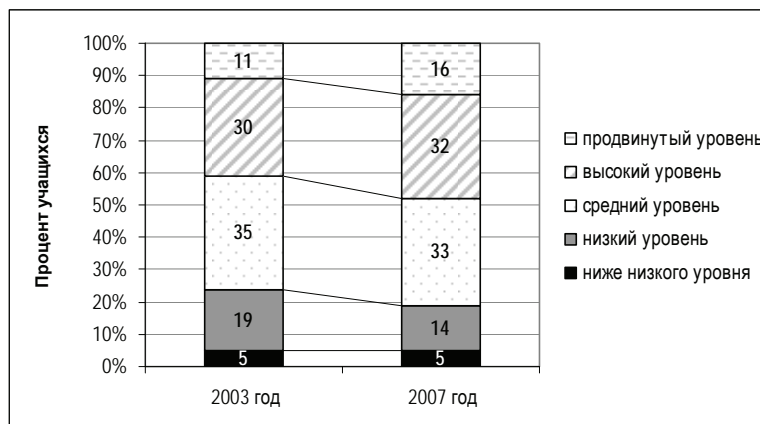


Рис. 2.2. Распределение российских учащихся 4 классов по уровням математической подготовки в 2003 и 2007 гг.

Приведенные данные показывают, что по сравнению с результатами, показанными в 2003 году, произошло некоторое увеличение (на 2%-5%) числа учащихся, достигших более высоких уровней – продвинутого и высокого – математической подготовки.

Следует отметить, что сравнение распределений учащихся 8 и 4 классов по уровням математической подготовки, принятым в международном исследовании, показывает, что процент выпускников российской начальной школы, продемонстрировавших продвинутый, высокий и средний уровни подготовки (81%), значительно больше, чем процент учащихся 8 классов, достигших этих уровней (68%).

2.4. Сравнение результатов учащихся 4 и 8 классов по математике

Представляет большой интерес сравнение результатов учащихся при их переходе из начальной в основную школу. Как указывалось ранее, основной целью исследования TIMSS является сравнительная оценка качества математического и естественнонаучного образования в начальной и основной школе. Каждые четыре года оцениваются образовательные достижения учащихся 4 и 8 классов и по математике, и по естествознанию. Исследование спланировано таким образом, что его результаты позволяют отслеживать тенденции в математическом образовании участвующих стран каждые 4 года, когда учащиеся 4 классов становятся учащимися 8 класса. Таким образом осуществляется мониторинг образовательных достижений учащихся начальной и основной школы, а также изменений, происходящих в математическом образовании при переходе из начальной в основную школу.

Следует отметить, что в связи с изменением состава стран прямое сравнение рейтинга стран в различные годы является некорректным. Целесообразно сравнивать результаты стран по увеличению или уменьшению среднего балла страны по сравнению со средним международным баллом TIMSS, который не зависит от состава стран (см. таблицу 2.10). Так, результаты российских четвероклассников по математике превышали средний международный балл в 2003 году на 32 балла, а в 2007 году на 44 балла.

Таблица 2.10

Сравнение результатов исследования TIMSS 2003 и 2007 годов по математике

2003 - 4 класс			2007 - 4 класс		
Страна	Разность между средним баллом страны и средним международным баллом		Страна	Разность между средним баллом страны и средним международным баллом	
Сингапур	94 (5,6)	○	Гонконг	107 (3,6)	○
Гонконг	75 (3,2)	○	Сингапур	99 (3,7)	○
Япония	65 (1,6)	○	Тайвань	76 (1,7)	○
Тайвань	64 (1,8)	○	Япония	68 (2,1)	○
Литва	34 (2,8)	○	Российская Федерация	44 (4,9)	○
Российская Федерация	32 (4,7)	○	Англия	41 (2,9)	○
Англия	31 (3,7)	○	Литва	30 (2,4)	○
Венгрия	29 (3,1)	○	США	29 (2,4)	○
США	18 (2,4)	○	Австралия	16 (3,5)	○
Италия	3 (3,7)		Венгрия	10 (3,5)	○
Австралия	-1 (3,9)		Италия	7 (3,1)	○
Шотландия	-10 (3,3)	▼	Словения	2 (1,8)	
Словения	-21 (2,6)	▼	Армения	0 (4,3)	
Армения	-44 (3,5)	▼	Шотландия	-6 (2,2)	▼
Норвегия	-49 (2,3)	▼	Норвегия	-27 (2,5)	▼
Иран	-111 (4,2)	▼	Иран	-98 (4,1)	▼
Тунис	-161 (4,7)	▼	Тунис	-173 (4,5)	▼
Средний международный балл (по шкале TIMSS)	500 (0,0)		Средний международный балл (по шкале TIMSS)	500 (0,0)	

2003 - 8 класс			2007 - 8 класс		
Страна	Разность между средним баллом страны и средним международным баллом		Страна	Разность между средним баллом страны и средним международным баллом	
Сингапур	105 (3,6)	○	Тайвань	98 (4,5)	○
Гонконг	86 (3,3)	○	Сингапур	93 (3,8)	○
Тайвань	85 (4,6)	○	Гонконг	72 (5,8)	○
Япония	70 (2,1)	○	Япония	70 (2,4)	○
Венгрия	29 (3,2)	○	Венгрия	17 (3,5)	○
Российская Федерация	8 (3,7)	○	Англия	13 (4,8)	○
Австралия	5 (4,6)		Российская Федерация	12 (4,1)	○
США	4 (3,3)		США	8 (2,8)	○
Литва	2 (2,5)		Литва	6 (2,3)	○
Англия	-2 (4,7)		Словения	1 (2,1)	
Шотландия	-2 (3,7)		Армения	-1 (3,5)	
Словения	-7 (2,2)	▼	Австралия	-4 (3,9)	
Италия	-16 (3,2)	▼	Шотландия	-13 (3,7)	▼
Армения	-22 (3,0)	▼	Италия	-20 (3,0)	▼
Норвегия	-39 (2,5)	▼	Норвегия	-31 (2,0)	▼
Иран	-89 (2,4)	▼	Тунис	-80 (2,4)	▼
Тунис	-90 (2,2)	▼	Иран	-97 (4,1)	▼
Средний международный балл (по шкале TIMSS)	500 (0,0)		Средний международный балл (по шкале TIMSS)	500 (0,0)	

○ Средний балл страны статистически значимо **выше** среднего международного балла▼ Средний балл страны статистически значимо **ниже** среднего международного балла

Источник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007

Анализ данных, представленных в таблице 2.10, также показывает изменение положения российских учащихся на международной шкале TIMSS через 4 года – при переходе обследуемой совокупности учащихся из начальной школы в основную. Обследуемая совокупность учащихся 4 классов в 2003 году продемонстрировала результаты по математике, превышающие средний международный балл на 32 балла, а через 4 года результаты той же обследуемой совокупности учащихся, которая в 2007 году оказалась в 8 классе, по международной шкале по математике превысили средний международный балл на 12 баллов, т.е. при переходе одной и той же совокупности детей из начальной школы в основную было зафиксировано относительное снижение результатов учащихся по математике по международной шкале (на 20 баллов). Данные факты требуют дополнительного анализа.

2.5. Углубленный анализ выполнения российскими учащимися 8 класса заданий международного теста TIMSS по математике

Охарактеризуем содержание совокупности тестовых заданий с позиции соответствия образовательному стандарту основного общего образования по математике (2004 г.), действовавшему в России в период проведения исследования TIMSS в 2007 году. Международные тесты охватывают содержание основных разделов курса математики российской основной школы: «Арифметика», «Алгебра», «Геометрия», а также часть раздела «Элементы логики, статистики и теории вероятностей». В исследовании TIMSS 2007 г. раздел, включающий вопросы содержания, связанные с вероятностью и статистикой, получил название «Данные и шансы». Всего в исследовании использовались 215 заданий.

В математической части теста TIMSS в 2007 году по сравнению с 2003 годом произошли некоторые изменения. В 2007 году значительно усилен раздел «Данные и шансы», уменьшено число заданий по разделу «Арифметика». В итоге число тестовых заданий по четырем основным блокам соотносится следующим образом: 4 : 4 : 3 : 2. Это означает, что в тестах использовано примерно одинаковое число заданий по блокам «Арифметика» и «Алгебра», несколько меньше – по блоку «Геометрия» и еще меньше – по блоку «Данные и шансы». Распределение заданий по разделам явно не соответствует распределению, характерному для программы 7-9 классов российской основной школы, где главное место занимает материал курсов алгебры и геометрии, а двум другим разделам уделяется гораздо меньше внимания.

2.5.1. Результаты выполнения заданий по арифметике и алгебре

Характеристика содержания заданий по арифметике и алгебре

Задания по арифметике и алгебре охватывают различные разделы курсов «Математика, 5-6 классы» и «Алгебра, 7-8 классы» российской основной школы. Почти все задания составлены на материале содержательных линий программы по математике основной школы:

- *числа и вычисления* (понятие дроби; сравнение рациональных чисел, заданных различными способами; действия с рациональными числами; округление, решение текстовых задач и решение задач на проценты, решение задач на пропорции);
- *уравнения, неравенства и системы уравнений* (понятия равносильности неравенств, решение уравнений и понятие о решении систем уравнений);
- *тождественные преобразования алгебраических выражений* (понятие равенства (тождественного) выражений, действия над одночленами, вычисление значений выражений);
- *функции и их графики* (чтение графиков, изображение точек на координатной плоскости).

Следует отметить, что к моменту проведения тестирования российскими восьмиклассниками были изучены почти все теоретические факты, которые требуются для решения заданий, связанных с материалом указанных содержательных линий. Исключение составляют два вопроса – последовательности и понятие равносильности уравнений и неравенств, которые в зависимости от используемых учебников изучаются в 9 классе, а в некоторых учебниках последний вопрос изучается в 10-11 классах.

Вместе с тем, необходимо отметить, что практически весь контролируемый материал изучен российскими школьниками либо 2-3 года назад (по линии «Числа и вычисления»), либо год назад (по линиям «Тождественные преобразования», «Уравнения», и «Функции»). Таким образом, фактически в тесте не представлен тот материал, который изучался школьниками в течение текущего года или традиционно включался в содержание систематического повторения.

Кроме того, несколько заданий, включенных в международные тесты, связаны с материалом, который не содержится в программе по математике российской основной школы. По виду деятельности, которая требуется для выполнения этих заданий, их можно распределить на две группы:

- выявление закономерностей в парах чисел, числовых последовательностях и последовательностях фигур,
- анализ нескольких источников информации с целью оптимального решения некоторой практической проблемы.

По своему характеру задания, отнесенные к первой группе, являются чисто учебными математическими заданиями (см. примеры 1-3). Однако подобные задания не включены в учебники по алгебре российской школы, учащиеся не имеют соответствующей теоретической базы для их решения и, соответственно, опыта работы с ними.

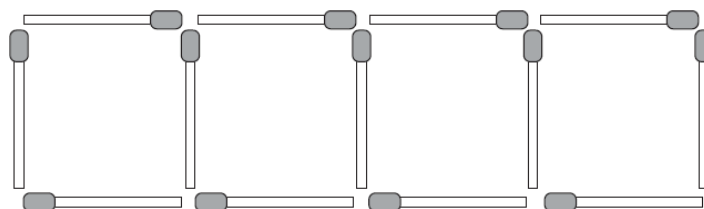
Пример 1 (80%)¹

2, 5, 11, 23, ...

Приведенная выше последовательность начинается с числа 2. По какому из следующих правил можно получить каждый последующий член этой последовательности?

- (А) К предыдущему члену последовательности прибавить 1, а затем умножить на 2.
- (Б) Умножить предыдущий член на 2, а затем прибавить 1.
- (С) Умножить предыдущий член на 3, а затем вычесть 1.
- (Д) Вычесть 1 из предыдущего члена, а затем умножить на 3.

Пример 2 (11%)



На рисунке изображен ряд из 4 квадратов, составленных из 13 спичек. Сколько квадратов будет в ряду, если его составить таким же образом, используя 73 спички? Приведите вычисления, которые потребовались для получения ответа.

Ответ: _____

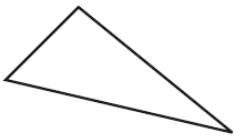
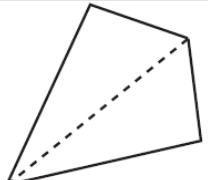
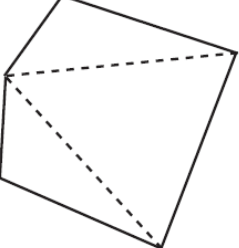
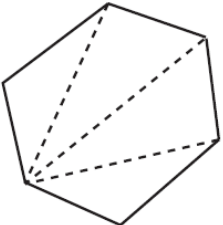
¹ Здесь и далее в скобках указан процент верных ответов российских учащихся на задание.

Пример 3 (А – 51%, В – 33%, С – 22%)

Внутренние углы

Иван исследовал свойства многоугольников. Он составил приведенную ниже таблицу, чтобы увидеть, сможет ли он найти зависимость между сторонами и углами многоугольников.

А. Закончите эту таблицу, заполнив пустые клетки.

Многоугольники	Число сторон	Число треугольников	Сумма величин внутренних углов
	3	1	$1 \cdot 180^\circ$
	—	—	— $\cdot 180^\circ$
	—	—	— $\cdot 180^\circ$
	—	—	— $\cdot 180^\circ$

В. Запишите в рамку соответствующее число.

Сумма внутренних углов многоугольника,

у которого 10 сторон, равна: $\cdot 180^\circ$.

С. Иван сумел увидеть некоторую закономерность и, используя переменную n , записал утверждение, верное для любого многоугольника. Закончите сделанную им запись.

Сумма внутренних углов многоугольника с n сторонами равна _____ $\cdot 180^\circ$.

Задания второй группы по характеру являются практическими, в них описана некоторая ситуация, близкая к реальной, и поставлена проблема, для решения которой требуется провести анализ нескольких источников информации. Затем, используя эту информацию, надо найти оптимальное решение проблемы, отвечающее условиям и ограничениям, указанным в условии задания. Выполнение подобных заданий требует владения определенными общеучебными умениями:

- анализировать условие задания и выбирать информацию, необходимую для ответа на поставленный вопрос;
- анализировать данные, приведенные в источнике информации;
- планировать возможные варианты решения;
- отбирать оптимальные варианты решения, учитывая ограничения, указанные в условии задачи.

Заметим, что подобные задания не включены ни в одно из действующих учебных пособий по математике, учащиеся не имеют опыта работы с ними, что, очевидно, вызывает затруднения при их выполнении.

Остановимся подробнее на характеристике заданий в каждой из выделенных содержательных линий.

Числа и вычисления

Эта содержательная линия соответствует курсу математики 5-6 классов российской школы. Она является наиболее представительной в данном тестировании. По данной линии составлено 62 вопроса или около трети всех заданий. Среди заданий по арифметике и алгебре задания содержательной линии «Числа и вычисления» составляют почти половину.

Проверкой охвачены следующие вопросы содержания:

- запись многозначных чисел, понятие дроби, равенства дробей, действия с обыкновенными и десятичными дробями, в частности, деление на 10, 100 и т.д., сравнение дробей, перевод десятичной дроби в обыкновенную и наоборот, сравнение рациональных чисел, действия с рациональными числами, разложение чисел на простые множители, округление;
- стандартный вид числа;
- расположение чисел на координатной прямой, интерпретация свойств умножения правильных дробей на координатной прямой;
- проценты, решение задач на нахождение процента числа или числа по его проценту, решение задач на нахождение части числа и числа по его части, решение задач на прямопропорциональную зависимость;
- составление выражений по условию задачи, составление формул, выражающих зависимость между величинами, в соответствии с условием задачи.

Теоретический материал, владение которым требуется для выполнения заданий данной тематики, к моменту тестирования был изучен учащимися российской школы, и они имеют опыт его применения. Однако ситуация, которая представлена в ряде заданий, явно отличается от типичных для российских учебников (см. примеры 4, 5 и приложение 2, пример 5).

Пример 4 (41%)

Поставьте в каждую рамку знак + или – так, чтобы полученное числовое выражение имело наибольшее из возможных значений.

$$-5 \quad \square \quad -6 \quad \square \quad 3 \quad \square \quad -9$$

Пример 5 (44%)

Какой способ надо использовать, чтобы найти значение выражения $\frac{1}{5} - \frac{1}{3}$?

Ⓐ $\frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{1-1}{5-3}$

Ⓑ $\frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{1}{5-3}$

Ⓒ $\frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{5-3}{5 \cdot 3}$

Ⓓ $\frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{3-5}{5 \cdot 3}$

Отметим, что весь материал, усвоение которого проверяется в заданиях по теме «Числа», изучался восьмиклассниками в 5-6 классах, т.е. более двух лет назад. Этот материал не актуализировался в течение двух лет при изучении фундаментального курса алгебры 7-8 классов. Учащиеся, например, не обращались к таким вопросам, как округление чисел, проценты, решение текстовых задач «арифметическим» методом. Очевидно, что фактор времени влияет на результаты выполнения заданий, связанных с этим материалом.

Уравнения, неравенства, системы уравнений

Вопросы содержания, относящиеся к этой линии российской программы по курсу алгебры 7-9 классов, в данном тестировании представлены следующими элементами:

- Понятие равносильности неравенств;
- Решение линейных уравнений с одной переменной;
- Понятие о решении линейного уравнения с двумя переменными;
- Решение линейного неравенства;
- Понятие о решении системы двух уравнений с двумя неизвестными;
- Понятие о решении системы неравенств с двумя переменными;
- Составление уравнения по условию текстовой задачи.

Важнейший материал, занимающий одно из центральных мест в школьном курсе алгебры, проверяется всего 11 задачами. Предлагаемые в них уравнения, неравенства и системы уравнений по уровню сложности значительно проще тех, которые предлагаются в российских учебниках при тематическом и итоговом контроле. Так, например, в тесты было включено следующее задание – « $3(2x - 1) + 2x = 21$. Чему равен x ?». Такие уравнения решают пятиклассники, а в 8 классе российские школьники решают уравнения, в которых требуется проведение различных тождественных преобразований с помощью формул сокращенного умножения или правил действий над многочленами.

Вместе с тем, предлагаются некоторые задания, у которых формулировка условия и предложенные варианты ответов нетипичны для российских учащихся. Так, например, ставится вопрос об общем решении двух неравенств, содержащих 2 различные переменные.

Отметим, что контролируемое понятие равносильности (неравенств) изучается в 9 или 10 классах российской школы.

Тождественные преобразования алгебраических выражений

Более представительно по сравнению с предыдущей линией проверяются тождественные преобразования различных видов выражений.

Для оценки освоения этой содержательной линии используется 18 заданий. Проверкой охвачены:

- понятие равенства (тождественного равенства) выражений;
- умение выполнять преобразования одночленов;
- умение вычислять значения выражений;
- умение геометрически интерпретировать действия (например, приведение подобных слагаемых).

Формулировки предложенных заданий стандартны и их выполнение обеспечено изученным теоретическим материалом. Отметим, что уровень сложности большинства заданий значительно ниже того уровня, который характерен для российских учебников.

Функции и их свойства

Эта линия в данном тестировании представлена самым малым числом заданий, в которых проверяется умение читать график функции, моделирующей реальные процессы и явления, умение изображать точки и определять координаты изображенных точек на координатной плоскости. Анализ тестовых задач показывает, что для их выполнения учащиеся имеют все необходимые знания, применение которых затрудняется тем, что предложенные в них ситуации являются нестандартными для российских школьников. В этих задачах учащимся предлагается проанализировать реальные зависимости между величинами, представленными различными способами (в виде таблицы или графика), и установить между ними соответствие; проанализировать результаты наблюдений, представленные в таблице или на графике, и сделать требуемые выводы; извлечь нужную информацию, представленную на графике реальной зависимости величин, и применить ее для последующих практических расчетов или рассуждений (см. приложение 2, пример 8).

Трудности, связанные с работой с графиками реальных зависимостей, объясняются тем, что в российских учебниках приведено очень небольшое число заданий (обычно при введении понятия «функция»), которые демонстрируют приложение формируемых в школе функциональных представлений к решению практических задач. В отечественных учебниках главный акцент сделан на формирование научных математических знаний, связанных с изучением элементарных функций (линейной, квадратичной, квадратного корня и др.) и их свойств (монотонность, знакопостоянство и др.).

Результаты выполнения заданий по арифметике и алгебре

Проанализируем результаты, которые продемонстрировали российские школьники по выделенным содержательным линиям.

Числа и вычисления

Как отмечалось при анализе содержания этой линии, в тесте проверяются правила действий с различными числами и их свойства, а также решение текстовых задач. Остановимся сначала на первом аспекте проверки. Нужно с полным удовлетворением отметить, что в целом российские восьмиклассники успешно справляются с заданиями (65%-83%).

Вместе с тем, значительные затруднения (справились 11% учащихся) вызвало задание на сложение так называемых «именованных чисел»: нужно сложить 5 величин, характеризующих время снижения температуры (см. пример 6).

Пример 6 (11%)

Тамара составила таблицу, чтобы определить, сколько времени уйдет на снижение температуры воды в колбе с 95°C до 70°C. Она измеряла время, которое уходило на снижение температуры на каждые 5°C.

Температура воды	Время, которое ушло на охлаждение воды
95°C – 90°C	2 мин 10 с
90°C – 85°C	3 мин 19 с
85°C – 80°C	4 мин 48 с
80°C – 75°C	6 мин 55 с
75°C – 70°C	9 мин 43 с

Оцените с точностью до целых минут, сколько примерно времени ушло на снижение температуры с 95°C до 70°C.

На снижение температуры ушло _____ минут.

Запишите свое решение или объясните, как вы получили эту оценку.

Эти затруднения, возможно, связаны, во-первых, с тем, что подобные задания характерны для уроков математики в начальной школе. Во-вторых, вероятны ошибки при переводе одних единиц измерения (секунд) в другие (минуты), а в-третьих, – с необходимостью округления результата.

Имеются проблемы и с овладением терминологией: школьники недостаточно хорошо (справились 52% учащихся) усвоили понятие «разложения числа на простые множители» (см. пример 7).

Пример 7 (52%)

В каком случае число 1080 представлено в виде произведения простых множителей?

- (А) $1080 = 8 \cdot 27 \cdot 5$
- (Б) $1080 = 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 5$
- (С) $1080 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
- (Д) $1080 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 6 \cdot 5$

Так, например, 22% восьмиклассников считают, что произведение $8 \cdot 27 \cdot 5$ – это произведение простых множителей, а 16% считают, что таким произведением является $2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 5$.

С решением текстовых задач положение обстоит несколько хуже, чем с выполнением вычислений. Здесь разброс в результатах достаточно велик (28%-92%) (см. пример 8 и приложение 2, пример 7).

Пример 8 (28%)

Билеты на концерт стоят 10 зедов, 15 зедов или 30 зедов.

Из 900 проданных билетов $\frac{1}{5}$ билетов стоила по 30 зедов каждый, а $\frac{2}{3}$ билетов – по 15 зедов каждый.

Какая ЧАСТЬ билетов продана по 10 зедов?

Ответ: _____

Заметим, что обе задачи достаточно просты: первую из них решают в 5-6 классе, вторую – в начальной школе. Низкий уровень выполнения первой задачи, возможно, обусловлен тем, что слабо подготовленные учащиеся, скорее всего, используют нерациональный способ решения, который требует проведения вычислений, приводящих к многочисленным вычислительным ошибкам. В то же время хорошо подготовленные учащиеся, возможно, были «сбиты с толку» тем, что при рациональном способе решения условие задачи содержит избыточные данные. Отметим, что задачи с лишними данными обычно не включаются в действующие школьные учебники. Таким образом, трудности при решении тестовых задач возникали, хотя и по разным причинам, у восьмиклассников с различным уровнем математической подготовки.

Результаты решения задач, включенных в международные тесты, убедительно показывают, что в основной школе решению задач необходимо уделять больше внимания наряду с формированием теоретических знаний и алгоритмических умений.

Уравнения, неравенства, системы уравнений

Анализ результатов выполнения заданий, проверяющих материал указанной содержательной линии, показывает, что российские школьники успешно справляются с традиционными для российской школы заданиями на решение линейных уравнений с одной переменной (68%-76%) и с решением системы простейших линейных неравенств (70%). Вместе с тем, оставляет желать лучшего теоретическая составляющая математической подготовки российских восьмиклассников. Так, например, сравнительно невысокие результаты показывают школьники при выполнении заданий, где проверяется овладение понятием неравенства, равносильного данному неравенству (49%), а также умениям решать уравнения с двумя переменными (57%) и др.

Кроме того, низкие результаты показали школьники при решении линейных неравенств вида $a_1x + b_1 < (\text{или } >) a_2x + b_2$ (39%). Возможно, эти результаты объясняются тем, что данная тема рассматривается в конце 8 класса, и было еще недостаточно времени на ее закрепление.

Тождественные преобразования алгебраических выражений

Заданиями на тождественные преобразования выражений проверялись различные виды математической деятельности:

- нахождение значений выражений;
- упрощение выражений;
- составление выражений по словесному описанию.

С нахождением значений различных выражений, содержащих 2 переменные, имеющие различные по знаку значения, справляются 55% восьмиклассников; значительно лучший результат (68%) показывают учащиеся, если выражение имеет только одну переменную. Низкий результат (33%) показали восьмиклассники при нахождении значения выражения, описывающего реальную ситуацию. При этом значения переменных нужно было выявить из текста условия задания.

Значительно лучше, по сравнению с заданиями на вычисления, выполняются задания на упрощение выражений, когда числовые коэффициенты являются целыми числами. С такими заданиями справляются 75% восьмиклассников. Но результаты значительно (до 26%) снижаются, если нужно выполнить приведение подобных слагаемых, имеющих коэффициенты, представленные обыкновенными дробями с различными знаменателями. Эта тенденция – затруднения учащихся при работе с обыкновенными дробями – прослеживается и при выполнении других заданий. Такое положение объясняется, с одной стороны, снижением внимания к вычислительной подготовке в связи с переходом к изучению систематического курса алгебры и расстановкой новых акцентов в обучении, а, с другой стороны, тем, что больший акцент в обучении делается на применение десятичных дробей.

Восьмиклассники в целом справляются (около 75%) с составлением выражений по их описанию или с составлением выражений по условию задачи.

Наряду с оценкой различных видов математической деятельности проверяется и владение теоретической составляющей – овладение понятием «равенство» («тождественное равенство») выражений. Постановка вопроса «укажите выражение, равное данному...» вместо указания «упростите выражение...» нестандартна для российских учебников, что, возможно, приводит к снижению результатов. В итоге менее половины восьмиклассников (47%) справляются с этим заданием.

Функции и их свойства

Анализ результатов выполнения небольшого числа заданий, проверяющих материал данной содержательной линии, показывает, что восьмиклассники умеют изображать точки на координатной плоскости (81%), умеют «прочитать» по графику необходимые числовые параметры в небольшой задаче, описывающей практическую ситуацию, но испытывают затруднения, когда нужно содержательно интерпретировать данные графика, описывая характер изменения величин.

Анализ результатов выполнения заданий по материалу данной линии показывает, что проблемы, имеющиеся в подготовке учащихся, связаны с недостаточным числом (а иногда и полным отсутствием) упражнений на формирование умения применять полученные знания для решения практических задач в учебниках по алгебре.

Итоги международного тестирования по разделам «Арифметика» и «Алгебра» позволяют сделать следующие выводы:

1. К моменту проведения тестирования российскими восьмиклассниками были изучены почти все теоретические факты, которые требуются при решении заданий, связанных с материалом, относящимся к разделам «Арифметика» и «Алгебра». Исключение составляют два вопроса – последовательности и понятие равносильности уравнений и неравенств, которые изучаются в последующих классах.

2. Российские школьники показывают хорошие результаты по традиционным вопросам программы основной школы: вычисление значений выражений; решение

уравнений, неравенств; изображение точек на координатной плоскости, «чтение» по графику свойств функций.

3. Низкие результаты показаны при выполнении заданий, которые вообще не представлены в учебно-методических комплектах российских учебников. К ним относятся задания на выявление закономерностей при составлении последовательностей, представленных описанием, конкретными значениями или геометрическими фигурами. Подобные задания способствуют формированию у учащихся логического мышления. Данные результаты необходимо учесть при разработке стандартов второго поколения.

4. Значительные затруднения вызвали задания, в которых описываются некоторые реальные ситуации, и нужно применить имеющиеся математические знания для их разрешения. Аналоги подобных заданий в российских учебниках имеются только в разделе «Функции» (графики реальных зависимостей). Анализ практики работы российской школы показывает, что выявленный недочет в подготовке учащихся связан с недостаточным вниманием к формированию этого умения в основной школе.

5. Российские школьники показывают нестабильные результаты (разброс по заданиям от 28% до 92%) в овладении одним из приоритетных для мирового педагогического сообщества умений – умением решать задачи: результаты достаточно высокие при решении «простых» задач (задача в одно действие); невысокие результаты характерны в тех случаях, когда требуется установить нетривиальную зависимость между данными величинами, найти некоторые промежуточные данные для ответа на поставленный вопрос, применить арифметический способ решения, иметь дело с отношениями величин и процентами.

Причина недочета, выявленного при решении включенных в международные тесты задач, связана с особенностью программы российской основной школы. Дело в том, что согласно особенностям курса алгебры 7-9 классов основное внимание уделяется формированию теоретических знаний и алгоритмических умений. В то же время результаты международного исследования убедительно показывают, что в основной школе решению задач необходимо уделять больше внимания. Очевидно, что при разработке стандартов второго поколения необходимо обратить внимание на указанный недочет в подготовке российских учащихся.

6. Невысокие результаты выполнения многих заданий связаны с непрочным усвоением знаний и умений, которые формировались в 5-6 классах: выполнение действий с обыкновенными дробями, с процентами, с именованными числами (особенно с единицами времени), округление результатов вычисления, а также с многочисленными вычислительными ошибками, которые восьмиклассники допускают по невниманию. Эти недочеты в подготовке российских учащихся объясняются, с одной стороны, снижением внимания к вычислительной подготовке в связи с переходом в 7-9 классах к изучению систематического курса алгебры и расстановкой новых акцентов в обучении, а, с другой стороны, тем, что больший акцент в обучении делается на применение десятичных дробей.

7. Не наблюдается существенных различий в результатах, показанных восьмиклассниками в 2003 и 2007 годах. Это означает, что с учетом международных требований к математической подготовке учащихся 8 класса за прошедшие 4 года подготовка российских восьмиклассников по разделам «Арифметика» и «Алгебра» осталась на том же уровне, который был зафиксирован в 2003 году.

2.5.2. Результаты выполнения заданий по геометрии

Характеристика содержания заданий по геометрии

Как и на предыдущих этапах исследования, содержание геометрических заданий теста ярко демонстрирует основное различие зарубежной и российской традиций

изучения геометрического материала. Во многих странах мира акцент делается на развитие пространственного воображения, геометрических представлений (как плоских, так и пространственных); умения определить свойства фигуры по чертежу, без последующего обоснования этих свойств; изучение геометрических свойств окружающего мира; измерение геометрических величин. В российской школе акцент делается на развитие логического мышления учащихся, умение аргументировать свои суждения и фиксировать это в письменной форме, на строгую научность изложения геометрической теории.

В тесты TIMSS для учащихся 8 класса были включены 42 геометрических задания, которые можно разбить на 5 блоков: *основные свойства простейших геометрических фигур, многоугольники, площади, геометрические преобразования, геометрические тела в пространстве*. Первые четыре блока соответствуют темам курса геометрии 7-9 классов, традиционным для российской школы, последний блок включает тематику, присутствующую в незначительном объеме в курсе математики 5-6 классов, но, в основном, относящуюся к курсу стереометрии 10-11 классов.

Блок **«Основные свойства простейших геометрических фигур»** был представлен 7 заданиями, проверяющими владение учащимися умением находить величины углов, в том числе, смежных; умением находить расстояние между точками, расположенными на прямой; признаками и свойствами параллельных прямых.

Шесть заданий составлены на программном материале российской школы и представлены в традиционных или близких к традиционным для учащихся России ситуациях и формулировках. Одно задание носит внепрограммный характер, в нем вводится полярная система координат и предлагается отметить две точки с заданными координатами, а также определить величину угла между образовавшимися лучами, проходящими из центра через эти точки. В этом задании проверяется способность учащихся воспринять новую идею, конструкцию и ориентироваться в ней.

Блок **«Площади»** является одним из наиболее представительных, что свидетельствует о том значении, которое придается в международном тесте вопросам измерения геометрических величин.

Он представлен 9 заданиями, проверяющими в основном сформированность у учащихся умений находить площадь прямоугольника, а также его периметр; владение свойством аддитивности площади; умение вычислять площадь треугольника; умение находить площадь круга.

При обучении по наиболее распространенным в настоящее время в российской школе учебникам по геометрии для 7-9 классов тема «Площади» изучается в разных классах: по учебнику А.В. Погорелова – в 9 классе, по учебнику Л.С. Атанасяна и др. – в 8 классе. Вопросы, связанные с площадью круга, и в том, и в другом учебнике рассматриваются в 9 классе. Однако со всеми предложенными заданиями, которые никак нельзя отнести к сложным, учащиеся могли встречаться в курсе математики 5-6 классов – это зависит от того, по какому учебнику в этих классах велось преподавание.

Задание на нахождение площади треугольника могло решаться учащимися с использованием свойства аддитивности площади, как это обычно делается в 5-6 классах, однако, при условии рассмотрения соответствующей темы в 8 классе, могло решаться уже и с применением изученных формул.

Блок **«Многоугольники»** – второй из наиболее представительных геометрических разделов. В нем 14 заданий, и его можно разделить в свою очередь на три части: треугольники – 9 заданий, четырехугольники – 3 задания, многоугольники – 2 задания.

Задания данного блока направлены, прежде всего, на оценку:

- умения распознавать треугольник в различных комбинациях;
- знания свойств равнобедренного и равностороннего треугольников, основных теорем, связанных с треугольником (теорема Пифагора, сумма углов треугольника);
- знания свойств квадрата, прямоугольника, трапеции;
- умения решать геометрические задачи с использованием свойств известных фигур.

Все понятия и факты, которые необходимы для решения представленных здесь задач, присутствуют в действующих учебниках, отвечающих программе российской основной школы. Однако формулировки отдельных заданий нельзя отнести к разряду привычных для российских учащихся (например, вершины треугольника заданы точками координатной плоскости, надо выбрать треугольник, являющийся равнобедренным).

Решение четырех из пяти заданий о многоугольниках (четырёх-, пяти- и шестиугольниках) сводится к использованию свойств треугольников (сумма углов треугольника, равносторонний треугольник), на которые можно разбить данный в задаче многоугольник. Схожие идеи встречаются в российских наиболее массовых учебниках геометрии и могут быть знакомы если не всем, то большинству учащихся.

Блок **«Геометрические преобразования»** был представлен 6 заданиями, в одном из которых речь идет о подобии треугольников, в двух – об осевой симметрии, в трех заданиях – о повороте, еще в одном задании – о композиции параллельного переноса, поворота, осевой симметрии.

Задания направлены на оценку:

- овладения свойствами подобных треугольников;
- овладения понятием «ось симметрии фигуры»;
- овладения понятиями «поворот» и «угол поворота»;
- умения применить композицию двух геометрических преобразований.

При обучении по наиболее распространенным в настоящее время учебникам геометрии названные темы рассматриваются в разных классах. По учебнику А.В. Погорелова в 8 классе изучаются вопросы, связанные с движениями, а в 9 классе – вопросы, связанные с подобием фигур; по учебнику Л.С. Атанасяна и др. наоборот: в 8 классе рассматриваются вопросы, связанные с подобием фигур, а в 9 классе – с движениями. Композиции различных видов движения не рассматриваются. Однако надо отметить, что с понятиями осевой и центральной симметрии учащиеся имели возможность познакомиться при обучении в 5-6 классах.

Блок **«Геометрические тела в пространстве»** был представлен 7 заданиями, направленными на оценку:

- умения вычислять объем прямоугольного параллелепипеда;
- знания свойств поверхностей и разверток многогранников;
- умения выполнять мысленные композиционные трансформации некоторого заданного тела в пространстве, а также поворот.

К программному материалу можно отнести только те задания, которые связаны с прямоугольным параллелепипедом, причем традиционно это материал учебников математики для 5-6 классов. Задания, аналогичные представленным в данном разделе, являются внепрограммными, хотя и могут встречаться в отдельных учебниках начальной и основной российской школы. Вопросы развития пространственных представлений, пространственного воображения учащихся, изучения простейших свойств стереометрических фигур, важность которых для интеллектуального развития детей не вызывает сомнения у зарубежных, да и у многих российских специалистов, в нашей стране не находят должного отражения в программах и учебниках по математике для основной школы.

Результаты выполнения заданий по геометрии

Раздел включает блоки: основные свойства простейших геометрических фигур; многоугольники; площади; геометрические преобразования; геометрические тела в пространстве.

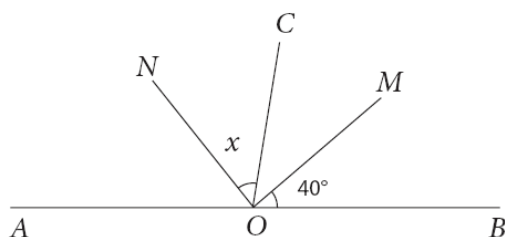
Блок «**Основные свойства простейших геометрических фигур**». С заданиями на нахождение расстояния между серединами двух отрезков справились 57% учащихся (48% в 2003 г.). Необходимо было расположить 3 точки на прямой в соответствии с заданными длинами отрезков. Основные ошибки здесь были связаны с невнимательным прочтением условия задачи и, как следствие, неверным расположением точек на прямой.

Блок содержал 3 задания, связанных с конфигурацией «смежные углы», в том числе на их построение. Провести прямую через заданную точку таким образом, чтобы на рисунке образовались тупой и острый углы, и обозначить получившиеся углы смогли 70% (65%)¹ учащихся.

В следующей задаче нужно было найти величины одного из смежных углов (величина искомого острого угла обозначена на рисунке как $2x$, тупого угла – $7x$); с ней успешно справились 58% (62%) учащихся. Ошибку 17% учащихся можно отнести к разряду традиционной забывчивости: учащиеся нашли x , а не величину искомого угла, равную $2x$, или же развернутый угол посчитали равным 90° . Еще 15% учащихся сделали двойную ошибку: вместо величины острого угла находили величину тупого, но и x у них также получился равным 10° .

Верно решили вполне традиционную задачу на нахождение величины угла в конфигурации, представляющей собой смежные углы с проведенными в них биссектрисами, 41% (46%) учащихся; не приступили 16% (см. пример 9). И процент выполнения задания, и процент не приступивших говорят о том, что это задание повышенной трудности. И хотя каждый шаг решения прост, надо суметь выстроить логическую цепочку из нескольких таких шагов ($\angle COM = \angle MOB = 40^\circ$, $\angle AON = \angle NOC = x$, $\angle COB = 80^\circ$, $\angle AOC = 2x$, $2x = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$, $x = 50^\circ$), что и представляет трудность для определенной группы учащихся.

Пример 9 (41%, 46%)²



На рисунке точки A , O и B лежат на одной и той же прямой. OM делит пополам угол BOC , и ON делит пополам угол AOC . Найдите величину угла x .

Ответ: _____

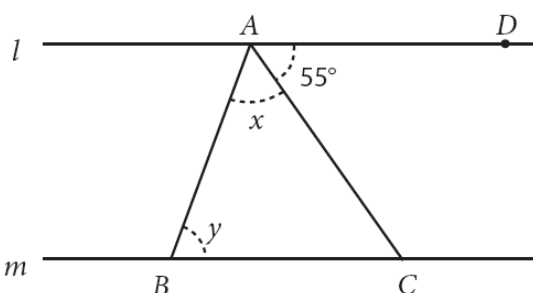
¹ В скобках здесь и далее для сравнения указаны результаты по заданиям, которые использовались и в 2003 г.

² Второе значение в примерах здесь и далее относится к результатам 2003 г.

Таким образом, если задание, требующее построения, выполнили по сравнению с 2003 годом на 5% больше учащихся, то результаты выполнения двух других, вполне традиционных задач, но несколько более сложных, оказались приблизительно на 5% хуже.

Задание, проверяющее владение свойствами параллельных прямых, выполнили верно 77% учащихся, еще 15%, скорее всего, не были внимательны при чтении условия или путают перпендикулярность с параллельностью. Еще одно задание, которое связано с параллельными прямыми, можно с равным успехом отнести и к блоку задач, посвященных треугольнику. Оно основано на конфигурации, которая представляет собой треугольник, одна сторона которого и противолежащая ей вершина лежат на параллельных прямых; требовалось определить сумму двух углов треугольника (см. пример 10).

Пример 10 (77%)



На рисунке прямая l параллельна прямой m . Величина угла DAC равна 55° . Чему равна сумма величин углов x и y ?

☐ (A) 55°
☐ (B) 110°
☐ (C) 125°
☐ (D) 135°

Задача с равным успехом могла быть решена как через использование свойств параллельных прямых, так и через внешний угол или сумму углов треугольника. Задачу нельзя отнести к повышенному уровню, но в то же время, она, видимо, несколько сложнее обязательного – выполнили ее 50%, а 25% дали трудно объяснимый логически ответ, просто умножив известный угол на 2.

С первой частью комплексного внепрограммного задания, в котором вводится некая полярная система координат, справились 70% учащихся, со второй частью – 62%. Это говорит о вполне устойчивой сформированности таких понятий, как луч, расстояние, угол, система координат – учащихся не смутила необычная система координат, и они ориентировались в ней вполне уверенно.

Таким образом, можно констатировать, что все задания этого блока традиционны для российских учебников геометрии, носят обязательный или близкий к нему характер, лишь одно задание может быть в полной мере отнесено к заданиям повышенного уровня трудности. Выполнили эти задания от 44% до 77% восьмиклассников. Сравнение результатов, показанных в данном исследовании, с результатами 2003 года говорит об их небольшом повышении.

Блок «Площади». На результатах выполнения заданий этого блока не могло не отразиться то, что вопросы, связанные с площадью круга, и в учебнике А.В. Погорелова, и в учебнике Л.С. Атанасяна и др. также рассматриваются в 9 классе.

Изучение понятия площади начинается еще в начальной школе и продолжается в 5-6 классах. И четыре задания этого блока более традиционны для этого курса, чем для курса геометрии, правда, на повышенном уровне. Например, требовалось найти периметр квадрата, если известна его площадь. В тесте это задание давалось с двумя формами ответа: с выбором ответа и с кратким ответом; в первом случае с ним справились 54% (52%) учащихся, во втором – несколько меньше, 48% (46% в 2003 г. и 51% в 1999 г.). Около 20% учащихся ограничились нахождением стороны квадрата и не нашли периметр, а около 16% просто умножили площадь на 2, чему трудно дать сколько-нибудь разумное объяснение. Еще более традиционно задание на нахождение площади фигуры, которая разбивается на два прямоугольника. Такие задания выполняют и в начальной школе, хотя они и не относятся к обязательным результатам обучения. С ним справились 53% (47%) восьмиклассников; 17% умножили «длину» на «ширину», коль скоро фигура похожа на прямоугольник, чем и удовлетворились.

Не является традиционным для отечественных курсов задание изобразить на заданной сетке прямоугольник, длина которого составляет $\frac{3}{4}$ длины данного

прямоугольника, а ширина в 2,5 раза больше ширины данного прямоугольника. Надо отметить, что учащиеся не имеют опыта выполнения такого рода заданий, кроме того, им не приходилось работать с квадратной сеткой со стороной 1 см. Полностью верный ответ дали 31% (25%) учащихся, частично верный ответ – 17% (16%) учащихся. Далее требовалось найти отношение площадей данного прямоугольника и построенного. С этим заданием справились 28% (17%) учащихся. Характерно, что не приступили к его выполнению 47% (56%). Процент учащихся, выполнивших это задание, повысился по сравнению с 2003 годом на 11%, а по сравнению с 1999 годом – на 5%.

Еще два задания также могли встречаться учащимся в курсе математики 5-6 классов, для курса геометрии 7-9 классов эти задания уже не характерны, хотя площадь треугольника и прямоугольной трапеции изучается именно в 7-9 классах. В задачах явно дается подсказка на достраивание фигуры, площадь которой требуется вычислить, до прямоугольника, хотя, конечно, эти задачи можно решать и с использованием известных формул. Площадь треугольника по заданным на рисунке характеристикам вычислили 21% (29%) учащихся. А вот в 1999 году это задание выполнили 38% учащихся.

Аналогична этой и задача, где нужно было найти площадь прямоугольной трапеции (закрашенной части прямоугольника). Эту задачу выполнили 34% (38%) учащихся. 18% нашли площадь не трапеции, а треугольника, дополняющего трапецию до прямоугольника. 26% учащихся, скорее всего, допустили ошибку при вычислении площади прямоугольного треугольника и не разделили произведение катетов на 2.

Задание, в котором требовалось по заданным точкам на квадратной сетке построить треугольник, площадь которого вдвое превышала бы площадь заданного прямоугольника, нельзя отнести к традиционным для российского курса геометрии. В нем много непривычного, например то, что надо использовать определенные точки, но не заданы единицы измерения. Даже для учащегося, владеющего формулами площади треугольника, не очень понятно, что надо делать, какое решение предпочесть: использовать формулы или понятие площади, используя квадратную сетку. Наиболее рациональный путь – перекраивание прямоугольника требуемой площади в треугольник, но такой метод не входит в программу и не знаком широкому кругу учащихся. Справились с этим заданием 52% учащихся, не приступили 16%.

И еще одна задача, связанная с площадью треугольника, являлась довольно типичной для данной тематики и российского курса геометрии. Возможно, ее можно

отнести к обязательным, но на конец 9 класса. Кроме того, не все восьмиклассники могли владеть на момент проведения исследования необходимыми знаниями и методами. Отсюда итог – 32% давших верный ответ.

Одна из задач данного блока была направлена на проверку владения учащимися формулой для вычисления площади круга (см. пример 11).

Пример 11 (26%, 26%)

Радиус пруда, имеющего форму круга, равен 10 м. В среднем на каждый квадратный метр площади пруда приходится по 2 лягушки. Сколько примерно лягушек в этом пруду?

π примерно равно 3,14

- Ⓐ 120
- Ⓑ 300
- Ⓒ 600
- Ⓓ 2400

При решении данной задачи требовалось по ходу вычисления количества лягушек в пруду, имеющем форму круга, применить знание формулы для нахождения площади круга. Дополнительная сложность задания состояла в том, что нужно было дать не точное, а приближенное значение. Уверенно владеют формулой вычисления площади круга 26% (26%) учащихся, давших верный ответ и еще 23% (20%) учащихся, которые забыли умножить правильно найденную площадь круга на 2, что надо было сделать, т.к. на каждый квадратный метр пруда приходилось по 2 лягушки. К сожалению, 37% (35%) учащихся нашли длину окружности с заданным радиусом, а не площадь ограниченного ею круга. Это является характерной ошибкой, причем не только когда речь идет о длине окружности и площади круга: учащиеся путают также понятия периметра прямоугольника (квадрата) и его площади.

Таким образом, данный блок практически не содержит задач, традиционно рассматриваемых в российских курсах геометрии в теме «Площади»; составляющие этот блок задания рассматриваются в отдельных, не наиболее массовых и распространенных, учебниках для 5-6 классов. Отсюда невысокий процент выполнения этих заданий, хотя он и несколько вырос по сравнению с 2003 годом и достиг уровня 1999 года. Однако, к сожалению, и те задания, которые следует отнести к обязательному уровню усвоения данной темы, выполняются не на должном уровне. Огорчает, что основной по популярности неверный ответ свидетельствует о подмене реальной задачи (заданная фигура подменяется прямоугольником), о случайно-формальном выборе выполняемой операции (если просят найти периметр, умножь на 2).

Блок «**Многоугольники**». В этом блоке 8 заданий были связаны со свойствами треугольников, 3 задания – со свойствами четырехугольников и 3 задания – со свойствами многоугольников.

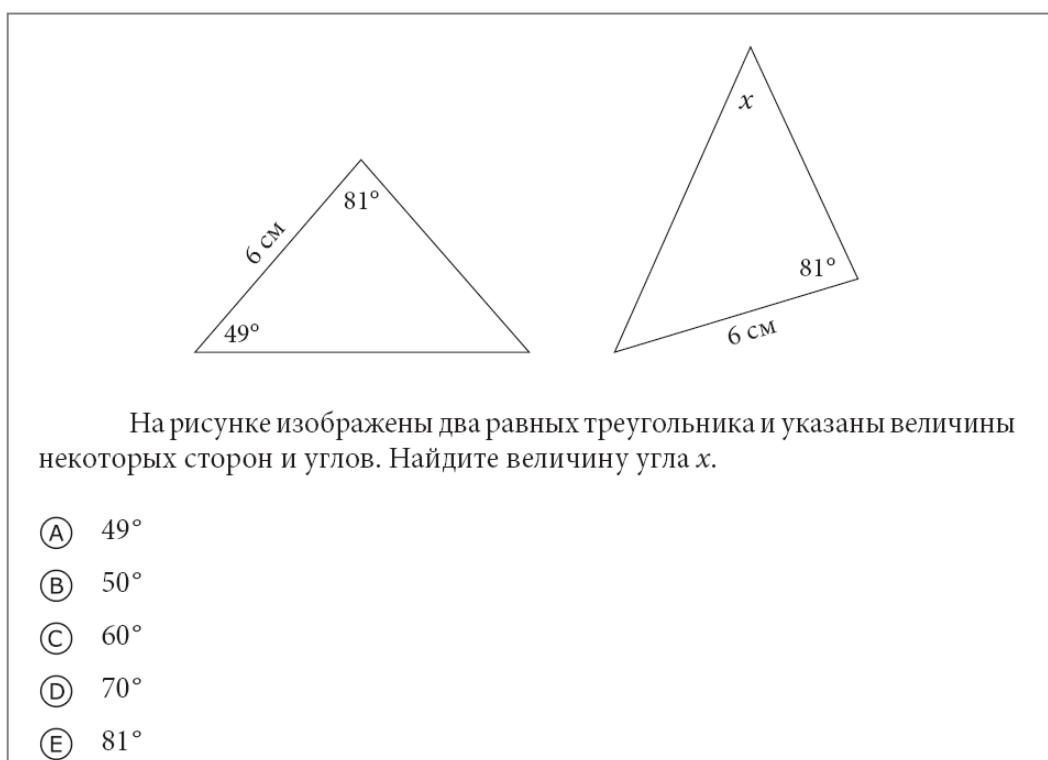
С задачей, требовавшей от учащихся не только показать умение определять вид треугольника, но и продемонстрировать наличие пространственного воображения, умения мысленно выполнить некоторые практические действия – отрезать треугольник от сложенного пополам листа бумаги (отрезанный треугольник содержит линию сгиба), проанализировать результат выполнения практических действий (определить вид получившегося треугольника), справились 65% (62%) учащихся. Как и в других

заданиях, 16% учащихся подошли к решению формально или невнимательно, дав ответ «прямоугольный треугольник», поскольку это именно то, что видно непосредственно на рисунке. Возможно, ошибка была вызвана погрешностями в формировании пространственного воображения – они не смогли мысленно развернуть отрезанный треугольник по линии сгиба.

Еще две задачи, посвященные равнобедренному треугольнику, предполагали проверку владения не только его свойствами, но и свойствами и особенностями квадратной сетки. Хотя эти задания и не являются обычными для российских учащихся, справились они с ними вполне успешно. В первом задании нужно было построить на сетке со стороной 1 см равнобедренный треугольник с заданными основанием и высотой; сделали это 69% учащихся. Во втором задании вершины треугольника были заданы на координатной плоскости (см. приложение 2, пример 6); выполнили его 77% (76%) учащихся.

Сопоставить два равных треугольника и правильно соотнести равные стороны и равные углы заданных треугольников смогли 46% (42%) учащихся, 36% (42%) учащихся не обратили внимания на ориентацию сторон треугольника (см. пример 12).

Пример 12 (46%, 42%)



Здесь нужно отметить, что при стандартной формулировке условия задачи расположение фигур нестандартно для российских учащихся, поскольку равные элементы двух равных треугольников по-разному ориентированы на плоскости. Это задание приводилось и в исследовании 1999 года, тогда его выполнили 52% учащихся. Такой невысокий результат может быть отнесен как на счет невнимательности учащихся, так и на счет определенных концептуальных недостатков действующих учебников. Ситуация, когда два треугольника равны, но по-разному ориентированы, довольно типична и для геометрических задач, и для жизненных, поэтому необходимо, чтобы учащиеся хорошо ее различали.

Надо отметить, что в традиционных для российских курсов геометрии 7-9 классов заданиях, связанных с треугольником, учащиеся показывают довольно высокие и стабильные от года к году результаты. Так, например, знание теоремы, обратной

теореме Пифагора, продемонстрировали 69% (64%) учащихся, а умение применить теорему о сумме углов треугольника к прямоугольному треугольнику – 71% (66%) учащихся. Задачу, в которой от учащихся требовалось применить знание нескольких фактов: теоремы о сумме углов треугольника, теоремы о величине внешнего угла треугольника, свойств вертикальных и смежных углов (в зависимости от выбранного пути задача решалась в 3 или 4 действия), решили 51% (48%) учащихся. Эта задача относится к заданиям повышенного уровня сложности. Схожую по сложности задачу на применение теоремы о сумме острых углов прямоугольного треугольника, свойства вертикальных углов, теоремы о сумме углов треугольника и свойств равнобедренного треугольника (см. приложение 2, пример 2) выполнили верно 34% учащихся.

Довольно большое число учащихся – 37% – не проанализировали задачу, а снова «свернули на путь» внешней похожести и посчитали стороны двух данных на рисунке треугольников параллельными. Однако возможно, что они просто выбрали то единственное значение, которое было дано на рисунке.

Следующие три задания блока относились к свойствам четырехугольников: квадрата, прямоугольника, трапеции. Тема «Четырехугольник» изучается по учебнику геометрии А.В. Погорелова и учебнику Л.С. Атанасяна и др., наиболее распространенным в школе, в 8 классе; основное внимание в них уделяется изучению новых фигур – параллелограмма и трапеции.

Первое задание этой группы не традиционно для российского курса геометрии, т.к. в нем речь идет о конструировании квадрата из двух фигур, которые надо выбрать среди четырех данных на рисунке. У учащихся нет опыта практического конструирования, который мог быть приобретен в 1-6 классах в рамках наглядно-деятельностного изучения геометрии, не владеют они и приемами и навыками рисования, которые могли бы им помочь при выполнении задания. Этим и можно объяснить затруднения учащихся в мысленном оперировании геометрическими образами. По сути, это задание для учащихся начальной школы, однако выполнили его 56% восьмиклассников.

В трех задачах от учащихся требовалось найти один из острых углов прямоугольного треугольника, одна из них связана с прямоугольником и проведенной в нем диагональю. Первый шаг решения заключался именно в том, чтобы увидеть прямоугольный треугольник, а уже второй – найти один из неизвестных острых углов. Справились с этим 63% учащихся. Для сравнения напомним, что прямую задачу на знание суммы острых углов прямоугольного треугольника выполнили 71% учащихся, а задачу повышенной сложности (4 действия) – 34%.

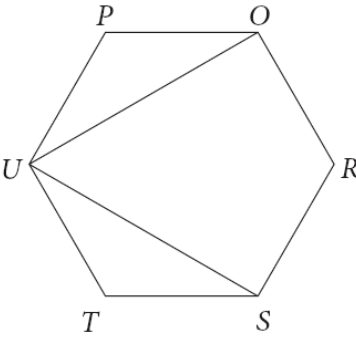
Довольно традиционную задачу, связанную с нахождением периметра трапеции, выполнили 35% учащихся. Объясняется это тем, что задание может быть отнесено к повышенному уровню трудности.

Следующая группа из двух заданий касалась многоугольников. Правда, их решение сводилось к разбиению пяти- и шестиугольника на треугольники и использованию свойств треугольников. Лишь 12% (14%) учащихся смогли не только дать верный ответ на вопрос о сумме углов выпуклого пятиугольника, но и привести обоснование своего ответа, 17% (7%) учащихся обоснование привести не смогли. Хотя на рисунке и была дана подсказка – пятиугольник двумя диагоналями, выходящими из одной вершины, был разделен на три треугольника (такой рисунок встречается и в учебниках), но увидеть самостоятельно, что сумма углов трех треугольников равна сумме углов пятиугольника сложно, на такие «озарения» способны лишь хорошо подготовленные учащиеся, с хорошо развитым пространственным воображением.

Вторая задача была связана с правильным шестиугольником: требовалось найти величину угла между двумя диагоналями шестиугольника, выходящими из одной вершины (см. пример 13).

Необходимо было заметить, что эти две диагонали являются сторонами правильного треугольника, следовательно, угол между ними равен 60° . Выполнили задание 55% (51%) учащихся. Во втором задании требовалось вычислить величину внешнего угла правильного шестиугольника. С ней справились 42% учащихся. Видимо, столь низкие результаты, показанные учащимися, являются следствием того, что по учебнику А.В. Погорелова этот материал отнесен к 9 классу, а также отражением недостаточного внимания к этой теме.

Пример 13 (55%, 51%)



$PORSTU$ – правильный шестиугольник. Найдите величину угла OUS .

☐ (A) 30°
☐ (B) 60°
☐ (C) 90°
☐ (D) 120°

Таким образом, рассмотренный содержательный блок содержит большое число традиционных для российского курса задач как обязательного, так и повышенного уровня трудности. По этим заданиям результаты также традиционны и ожидаемы. Недостатки в развитии пространственного воображения, геометрического видения, имеющие место при изучении геометрического материала в 1-6 классах, дают о себе знать и при решении задач, характерных для курса планиметрии 7-9 классов. По сравнению с 2003 годом результаты повысились, по некоторым заданиям до 10%; они достигли или превысили результаты 1999 года.

Блок «**Геометрические преобразования**» был представлен заданиями, в которых речь идет о подобии треугольников, о параллельном переносе, повороте, осевой симметрии.

Процент выполнения заданий этого блока несколько ниже по сравнению с предыдущими вопросами, рассматриваемыми в курсе геометрии 7-9 классов, что можно объяснить особенностями изучения геометрии, а именно, тем, что по наиболее распространенным в настоящее время учебникам геометрии названные темы рассматриваются в разных классах (8 или 9). Таким образом, в любом случае учащиеся имели возможность изучить лишь одну из этих тем. Правда, говоря об осевой симметрии, можно вспомнить о том, что это понятие встречается в некоторых учебниках для начальной школы и во всех учебниках для 5-6 классов.

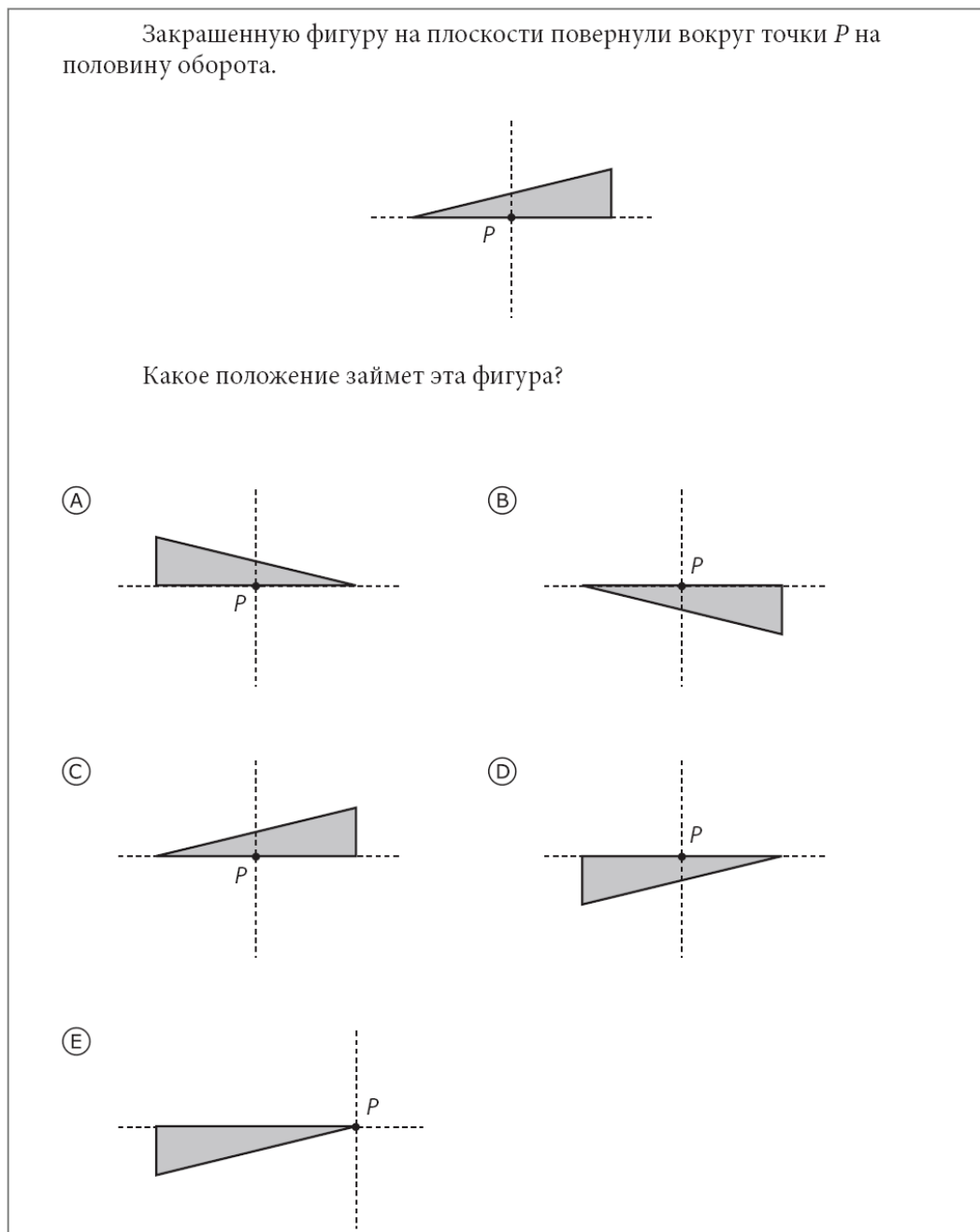
Осевой симметрии посвящены два задания блока, причем в обоих речь идет об оси симметрии фигуры: в одном задании эту ось надо было начертить, а во втором ответить на вопрос о том, какая из приведенных на рисунках фигур имеет ось

симметрии. Первое задание выполнили 61% учащихся (не приступили 21%), второе – 46% (34% учащихся «смутил» параллелограмм, которому они и отдали свои предпочтения).

Единственное задание, в котором рассматривалось понятие подобия треугольников, выполнили верно 42% учащихся. Необходимо отметить, что подобные треугольники образовались при пересечении диагоналей трапеции.

В двух заданиях теста рассматривается понятие поворота. В первом из них изображенную на рисунке фигуру повернули вокруг заданной точки на половину оборота (см. пример 14), требовалось выбрать среди пяти данных изображений новое положение фигуры.

Пример 14 (51%, 45%)



Справились с этим заданием успешно 51% (45% в 2003 г. и 42% в 1999 г.) учащихся. Наиболее типичной оказалась следующая ошибка: учащиеся выполнили не поворот, а отображение относительно прямой: вертикальной – 16% (23%) или

горизонтальной – 17% (18%), что в сумме дает 33%. Возможно, это связано не только с недостаточной сформированностью понятий осевой симметрии и поворота, но и с недостаточным развитием пространственного воображения учащихся, неумением мысленно выполнить поворот фигуры на 180° . Косвенно о том же говорит и второе задание, которое аналогично первому, однако с ним справились 40% учащихся, а 34% повернули не на половину оборота, а на четверть. Надо сказать, что дистракторы в этих заданиях практически не повторялись: в первом задании не было поворота на четверть оборота, а во втором – отражения от вертикальной оси. Похоже, что разные идеи подталкивают учащихся к различным ошибкам.

Неудачно выполнили задание на поворот минутной стрелки с 6.20 до 8.00, что больше полутора оборотов – справились лишь 24% учащихся. Большой популярностью пользовался ответ в 420° , что говорит о том, что половина оборота где-то была потеряна, а значит, не хватило пространственного воображения.

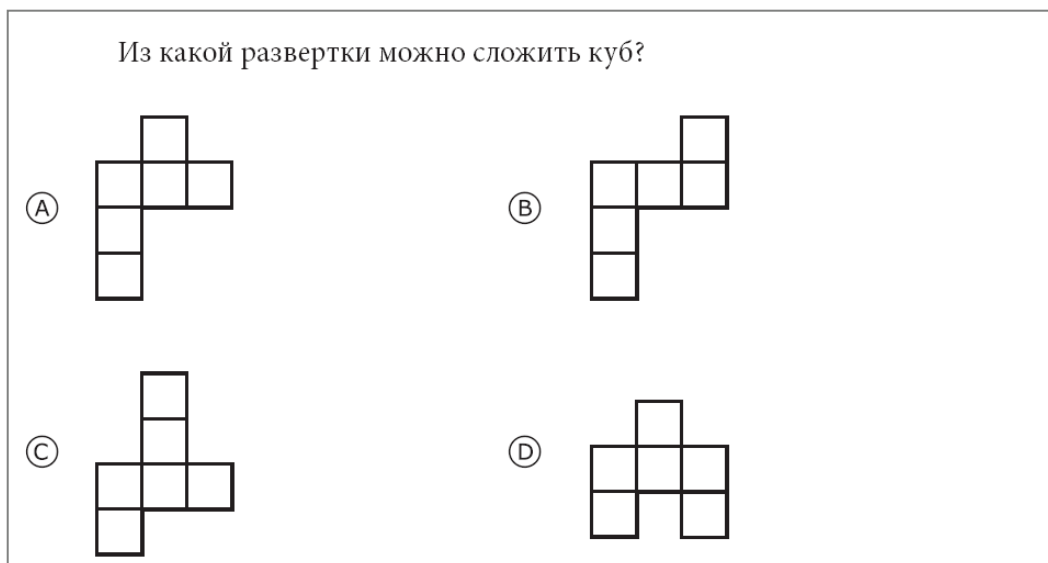
Задание на композицию двух видов движений (осевая симметрия и параллельный перенос, осевая симметрия и поворот, поворот и параллельный перенос) выполнили 40% (38%) учащихся. Задание внепрограммное (композиции различных видов движения в курсе геометрии основной школы не рассматриваются) и могло быть выполнено только за счет пространственного воображения.

Таким образом, при условии, что про большую часть заданий блока нельзя с уверенностью сказать, изучались ли к моменту проведения проверки необходимые для их выполнения вопросы или нет, данные результаты можно принять к сведению, не более того.

Блок «Геометрические тела в пространстве» был представлен заданиями на проверку владения учащимися понятием объема прямоугольного параллелепипеда, знаниями о свойствах поверхностей и разверток многогранников, а также умением выполнять мысленный поворот заданного тела в пространстве.

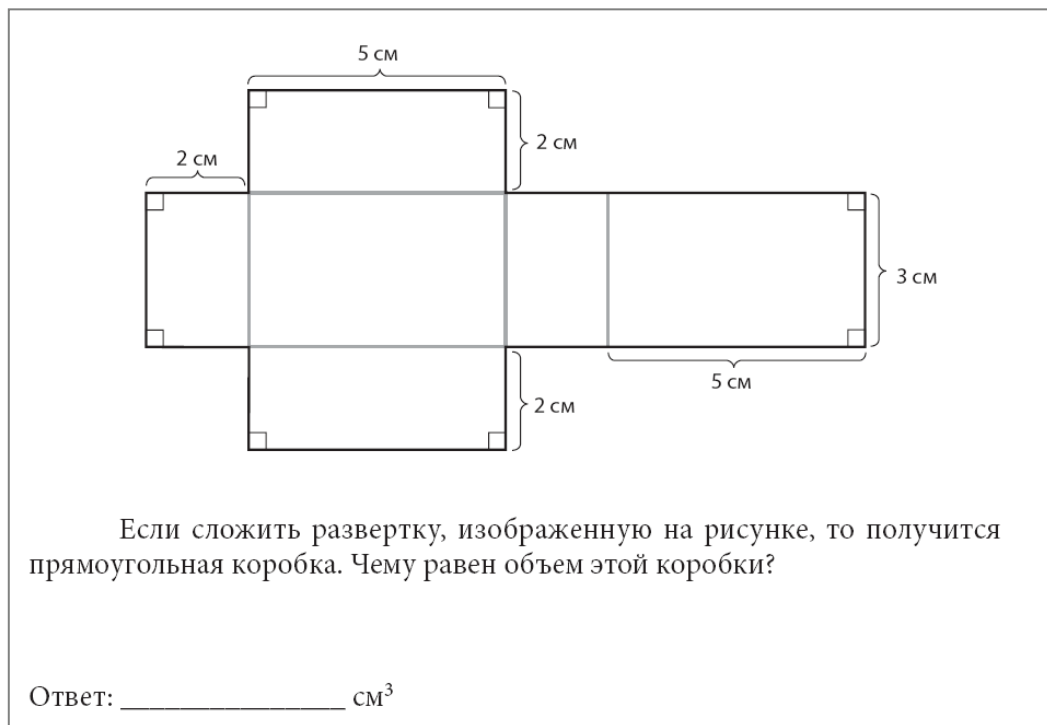
Три задания рассматриваемого блока связаны с развертками многогранников. Возможно, учащиеся сталкивались с понятием развертки и с такого рода заданиями в 5-6 классах, этот материал присутствует в некоторых учебниках, но не является обязательным для изучения. Мысленно свернуть из развертки, изображенной на рисунке, правильную четырехугольную пирамиду и начертить ее вид сверху смогли 71% (62%) учащихся. С заданием, в котором от учащихся требовалось среди приведенных фигур найти развертку куба (см. пример 15), справились 28% учащихся.

Пример 15 (28%)



Третье задание наиболее сложное, поскольку от учащихся требовалось найти объем коробки, имеющей форму параллелепипеда, по размерам, заданным на развертке (см. пример 16).

Пример 16 (39%, 39%)



Таким образом, учащиеся должны были продемонстрировать не только владение навыками вычисления объема параллелепипеда и оперирования с его разверткой, но и последовательного их применения при решении задачи. Задание выполнили верно 39% (39%) учащихся, не приступили к выполнению 19%. Необходимо напомнить, что тема объема параллелепипеда рассматривается в российской школе в 5-6 классах, в 7-9 классах эти вопросы не затрагиваются ни в курсе геометрии, ни в курсе алгебры.

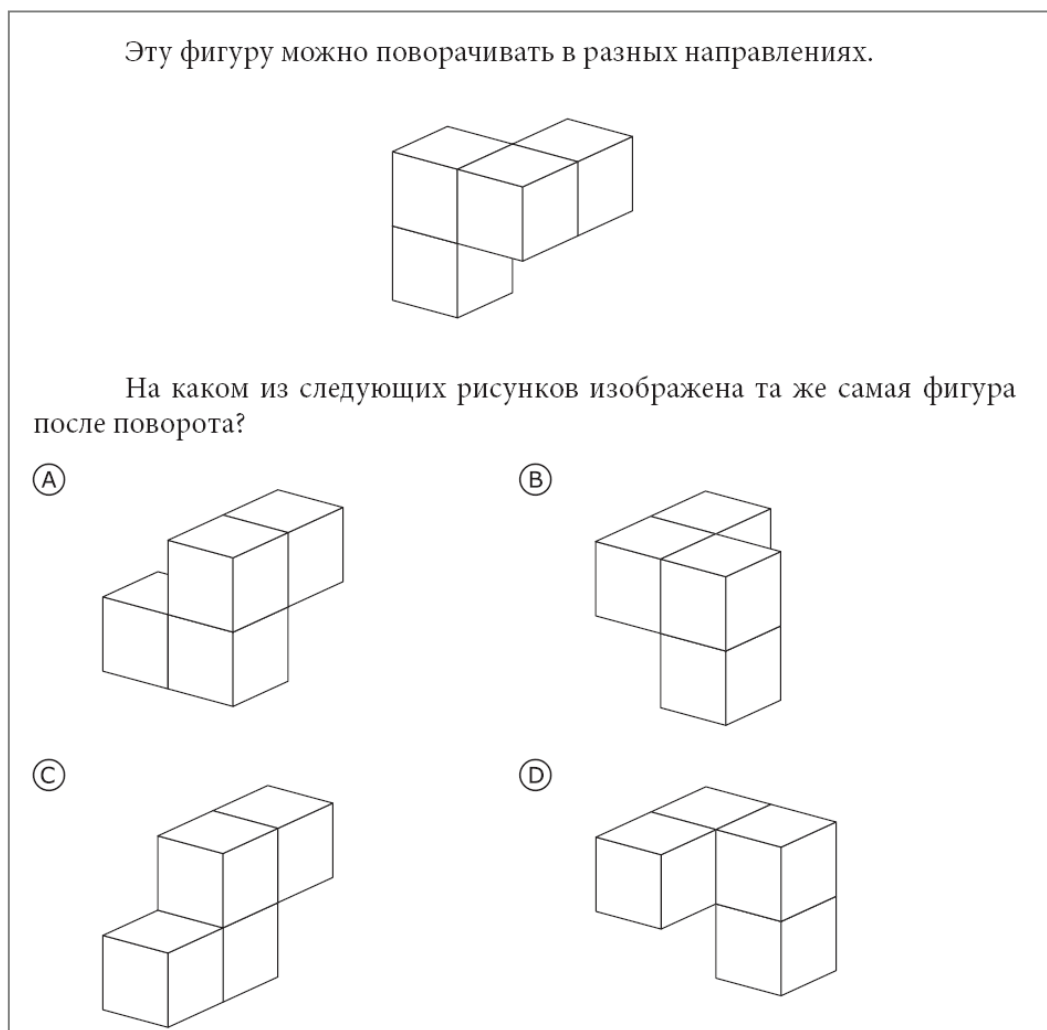
Четыре задания блока были направлены на проверку умений оперировать пространственными образами: два из них – поворачивать мысленно фигуры, менять точку наблюдения, два других – преобразовывать тело, составленное из кубиков, убирая кубики или добавляя их. Задания не являются программными и в российских учебниках отсутствуют.

Подсчитать число кубиков, образующих полость внутри прямоугольного параллелепипеда, которая также имела форму прямоугольного параллелепипеда, смогли 54% (50%) учащихся. 21% (24%) учащихся вычислили число кубиков только в одном слое и не учли общее количество слоев, возможно, это связано с неправильной трактовкой слова «пустота» в условии задачи. Еще 15% (14%) учащихся вычислили количество кубиков в двух слоях, хотя всего слоев три. С выстраиванием параллелепипеда из кубиков учащиеся встречаются в 5-6 классах при изучении темы, связанной с объемом параллелепипеда. Здесь нельзя не отметить, что по данным различных исследований результаты выполнения аналогичных заданий учащимися 5-6 классов зачастую оказываются значительно выше, чем показывают восьмиклассники. Столь невысокие результаты при выполнении ими простейших задач говорят о том, что представления учащихся об объеме тела не только не развиваются при последующем изучении геометрии, но и не поддерживаются.

Мысленно вынуть по одному центральному кубику из каждой грани куба $3 \times 3 \times 3$ и еще один из центра куба смогли 56% учащихся. 19% опирались на приведенный рисунок и не смогли от него «оторваться»: они «убрали» кубики только с видимых граней куба.

Задания, связанные с поворотом пространственной фигуры из кубиков, восьмиклассники выполнили несколько лучше, чем с трансформацией фигуры. Найти изображение многогранника, составленного из четырех равных кубиков, после того, как его повернули (см. пример 17), смогли 72% (68%) учащихся.

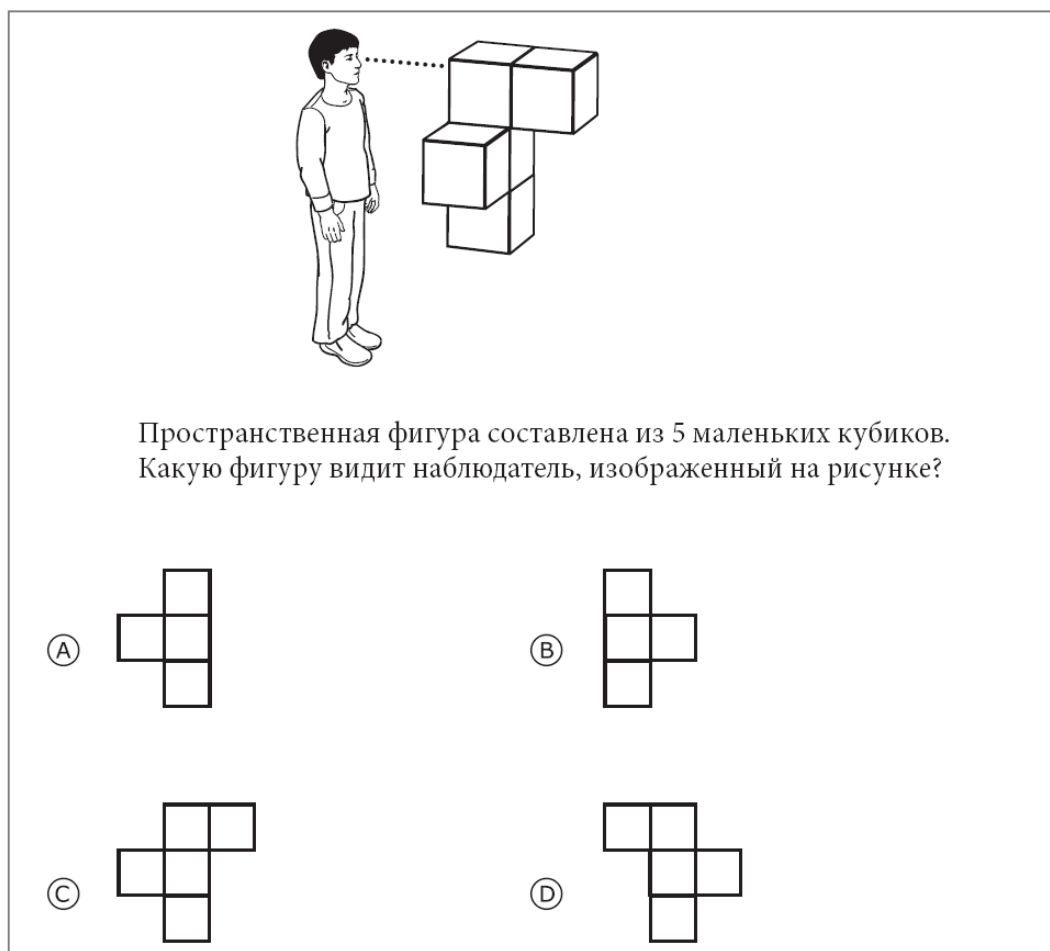
Пример 17 (72%, 68%)



Это задание проверяет уровень развития пространственного воображения и не требует специальных геометрических знаний. Выбрали в качестве ответа фигуры, симметричные данной в условии задачи, 15% (23%) учащихся. Это задание предлагалось также в исследовании 1999 года, процент выполнения его в 2003 году практически не изменился, здесь же есть небольшое повышение – около 4%.

Выполняя задание, приведенное в примере 17, учащиеся естественным образом исходили из системы отсчета, связанной с собственным телом, что упрощает выполнение преобразований, но остается еще понять, может ли данная в ответе фигура быть результатом поворота исходной. Ведь направление поворота может быть любым. В другом задании требовалось встать на позицию наблюдателя и взглянуть на фигуру с указанного ракурса (см. пример 18). Или мысленно повернуть фигуру к себе, задав при этом направление поворота.

Пример 18 (72%)



Несмотря на это усложнение, связанное со сменой позиции наблюдателя, задание показалось учащимся более простым – справились с ним 72%.

Одно задание проверяло владение понятием «объем прямоугольного параллелепипеда»: от учащихся требовалось вычислить неизвестное измерение параллелепипеда по известному объему и двум измерениям. Выполнили это задание, характерное для курса 5-6 классов, где изучается эта тема, 57% учащихся (19% не приступили, видимо, забыв необходимую формулу). Данный результат согласуется с результатом, полученным по заданию, в котором используется данное понятие (см. пример 16).

Результаты выполнения заданий этого блока в очередной раз доказывают необходимость серьезного анализа и совершенствования обучения геометрии в основной школе.

В заключение отметим, что содержание международного теста не включало всех ключевых вопросов курса геометрии, изученных российскими учащимися к моменту проведения тестирования. Поэтому полученные результаты не позволили составить полное представление о геометрической подготовке российских восьмиклассников, но дали возможность оценить ее с позиции приоритетов, принятых на международном уровне.

Итоги международного тестирования по разделу «геометрия» позволяют сделать некоторые выводы:

1. Результаты, показанные по заданиям обязательного и повышенного уровней, традиционным для курсов геометрии 7-9 классов, вполне ожидаемы (от 36% до 75% в

зависимости от сложности задания) и соответствуют данным, полученным при проведении российских проверок.

2. Значительная часть заданий международного теста относится к материалу курса математики 5-6 классов российской школы, а не курса планиметрии 7-9 классов. Поскольку отсутствует преемственность между этими двумя курсами, и соответствующие знания не только не развиваются, но и не актуализируются, то и процент выполнения восьмиклассниками таких заданий невысок.

3. Проведенное исследование выявило наметившуюся тенденцию к повышению результатов выполнения заданий по сравнению с 2003 годом.

4. Анализ содержания заданий по геометрии в международном тесте TIMSS, согласованных со специалистами большинства стран-участниц, показывает, что во многих странах акцент делается на развитие пространственных представлений и воображения учащихся, изучение геометрических свойств окружающего мира, измерение геометрических величин. В российской школе акцент делается на развитие логического мышления учащихся, умение аргументировать свои суждения и фиксировать их на бумаге. К сожалению, этот более формальный подход приводит к тому, что российские восьмиклассники не в должной мере владеют знаниями и навыками, функционально необходимыми в современном мире. Очевидно, что требуется серьезный пересмотр концепции обучения геометрии в начальной и основной школе. При разработке стандартов второго поколения необходимо обеспечить определенный баланс между указанными подходами к изучению геометрического материала в российской основной школе.

2.5.3. Результаты выполнения заданий по разделу «Вероятность и статистика» («Данные и шансы»)

Характеристика содержания заданий по разделу «Вероятность и статистика» («Данные и шансы»)

В международном исследовании тема «Данные и шансы», которая связана с материалом разделов «Вероятность» и «Статистика», выделяется наряду с традиционными блоками содержания: «Числа», «Алгебра» и «Геометрия». В большинстве стран этот раздел начинает изучаться уже в начальной школе и продолжается до конца обучения в старших классах. В России он получил название «Вероятность. Статистика», включен в программу российской основной школы и считается обязательным для изучения, начиная с 5 и 7 классов, только с 2004 года.

При распределении времени международного тестирования учащихся 8 класса проверке усвоения этого раздела уделяется примерно пятая часть времени. В тесты было включено 27 заданий, которые содержали 32 вопроса. Это говорит о важности, которую придают в мире умениям, формируемым при изучении данного раздела:

- использовать вероятностные представления для оценки возможности наступления случайных событий;
- использовать статистические показатели для характеристики различных величин, явлений и процессов;
- работать с количественной информацией, представленной в различной форме (таблиц, диаграмм, графиков, схем, карт и др.).

Приведенное ниже описание знаний и умений, которые проверялись тестовыми заданиями, дает возможность составить представление о международных требованиях к овладению материалом данной темы.

Овладение материалом раздела «Вероятность» проверялось с помощью 9 несложных заданий, которые контролировали:

– понимание определения понятия вероятности случайного события и его использование для качественного сравнения возможности наступления случайных событий (см. пример 19);

– понимание геометрической интерпретации вероятности события с помощью площади кругового сектора, а именно, понимание связи числа наступления события в серии испытаний с величиной соответствующей ему площади сектора круга и использование этого знания для решения задач (см. пример 20);

– умение на основе известной вероятности события сделать качественный прогноз возможности его наступления (например, если в прогнозе погоды сообщили, что вероятность дождя равна 75%, сделать заключение о том, что, скорее всего, будет дождь);

– умение на основе известной частоты события в серии испытаний сделать прогноз о частоте его наступления в другой серии испытаний (например, подсчитать, сколько пакетов молока в 1 литр надо заказать на следующую неделю при общем заказе 1000 пакетов, если на прошлой неделе их покупали 50% покупателей);

– умение на основе известных вероятностей двух событий провести качественное сравнение возможностей их наступления при проведении испытаний (например, если известно, что в классе 80% учащихся хотят пойти в кино, а 20% – в цирк, то сделать прогноз о том, что, при обращении к случайно выбранному ученику этого класса, скорее всего, получим ответ, что он хочет пойти в кино);

– умение решать стандартные вероятностные задачи (например, по известной вероятности события определить число его наступлений в серии испытаний (см. пример 21) или определить вероятность события в классической схеме, например, когда известно количество черных, синих и белых шариков в мешочке, и надо вычислить вероятность вынуть из этого мешочка один белый или синий шарик).

Отметим, что для выполнения большинства этих заданий достаточно было интуитивных представлений о вероятности, ее геометрической интерпретации и здравого смысла.

В 2007 г. по сравнению с 2003 г. было увеличено число заданий по **статистике** (было 8 – стало 16), что говорит о важности, которую на международном уровне придают владению этим материалом. Большинство заданий имели практический характер – в них давалось описание близкой к реальной ситуации, которую нужно было разрешить с помощью знания элементов описательной статистики.

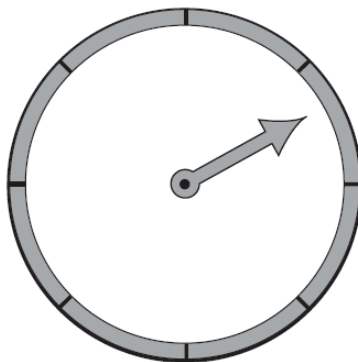
Проверялось умение анализировать и интерпретировать количественную информацию, представленную в различной форме (таблиц, пиктограмм и диаграмм), применяя такие показатели, как среднее значение и медиана.

Пример 19 (37%)

У Софьи в мешочке лежат 16 стеклянных шариков, из которых 8 красных и 8 черных. Она вынула из мешочка 2 шарика и не стала их класть обратно. Оба шарика – черные. Затем она вынула из мешочка третий шарик. Что вы можете сказать относительно вероятного цвета третьего шарика?

- (A) Более вероятно, что он красный, а не черный.
- (B) Более вероятно, что он черный, а не красный.
- (C) Равновероятно, что он красный или черный.
- (D) Невозможно сказать, какой цвет более вероятен: красный или черный.

Пример 20 (44%)



У Романа есть вертушка, которая разделена на три сектора, окрашенных в разные цвета: оранжевый, красный и зеленый. Роман вращал вертушку 1000 раз. В таблице указано, сколько раз стрелка вертушки останавливалась на каждом секторе.

Цвет сектора	Число остановок
Оранжевый	510
Красный	243
Зеленый	247

Разделите изображенную выше вертушку линиями на три сектора так, чтобы площади этих секторов были примерно равны их ожидаемым площадям. Около каждого сектора запишите его цвет: оранжевый, красный, зеленый.

Пример 21 (60%)

В коробке лежат 36 одинаковых по размеру шариков синего, зеленого, красного и желтого цвета. Известно, что вероятность, не глядя в коробку, вынуть синий шарик равна $\frac{4}{9}$. Сколько синих шариков в этой коробке?

- (A) 4
- (B) 8
- (C) 16
- (D) 18
- (E) 20

Проверочные задания по их содержанию и направленности объекта проверки можно разделить на три группы:

- чтение и интерпретация данных, представленных на столбчатых диаграммах, построение столбчатых и круговых диаграмм;
- распознавание одних и тех же данных, представленных в различной форме (таблицы, пиктограммы, круговой и столбчатой диаграмм);

– понимание смысла понятий среднего значения и медианы; вычисление среднего значения и медианы набора данных; использование среднего значения при интерпретации результатов социологического опроса учащихся.

При выполнении заданий первой группы от учащихся требовалось в самом простом задании прочитать непосредственную информацию, представленную на столбчатой диаграмме (выполнили 81%). В более сложном, непривычном для российских учащихся задании (33%), нужно было сравнить продажу товара за два месяца, обратив внимание на необычный вид столбчатой диаграммы, у которой масштаб на вертикальной оси (оси y) начинался не с нуля, что не позволяло проводить непосредственное сравнение информации, представленной в двух столбцах диаграммы.

В заданиях на построение диаграмм (выполнили 57%, 50%) от учащихся требовалось: построить круговую диаграмму, используя алгоритм ее построения, который изучается в 6 классе; построить столбчатую диаграмму по данным, представленным в таблице (69%), а также по данным, представленным на круговой диаграмме, переводя при этом данные, указанные в процентах, в абсолютные величины (35%).

При выполнении заданий второй группы требовалось распознать, в какой из нескольких данных форм (круговая и столбчатая диаграммы, пиктограмма) представлена та же информация, которая дана первоначально в виде таблицы (79%). При этом необходимо было соотнести числовые данные таблицы и величину столбцов диаграммы или соотнести данные, выраженные в виде процентов, и величину площадей секторов, на которые разделена круговая диаграмма (67%).

В последней группе заданий проверялось понимание смысла понятий «среднее значение» и «медиана», а также алгоритмов их вычисления. Требовалось применить знание смысла среднего значения для определения истинности высказывания: «В целом класс 'А' выполнил работу лучше, чем класс 'Б'», основанного на том, что средний балл учащихся класса 'А' выше, чем класса 'Б' (59%). При выполнении других заданий требовалось вычислить среднее значение (52%) и медиану (5%) числа работников в пяти кафе, а также установить, как изменятся значения среднего и медианы при увеличении числа работников в одном из кафе (2%).

Проверялось также умение вычислить средний балл за выполнение четырех тестов и проверить гипотезу о том, может ли ученик, выполнив еще один тест, получить за выполнение пяти тестов 9 баллов (26%).

В последнем задании дается описание социологического опроса нескольких восьмиклассников, в котором они оценивали в баллах привлекательность двух учебных предметов (математики и истории). Требовалось вычислить среднюю оценку, выставленную ими каждому предмету, и определить, какой из предметов они считают более привлекательным (42%). Во второй части задания оценки, выставленные восьмиклассниками, были представлены на координатной плоскости точками с координатами (x – оценка математики, y – оценка истории) и на основе сравнения расположения данных точек требовалось проверить истинность нескольких высказываний, например, «Всем восьмиклассникам математика нравится больше, чем история» (20%).

К теме «Данные и шансы» было отнесено комплексное задание исследовательского характера «Экскурсия», с помощью которого проверялось умение одновременно работать с несколькими источниками информации, представленными в разной форме (картой с указанным масштабом, текстом объявления о стоимости билетов в зависимости от состава группы пассажиров, таблицами с расписанием автобусов). В этом практическом задании требовалось воспользоваться данной информацией и спланировать проведение экскурсии в другой город, выполнив пять условий, связанных с указанной величиной расстояния, стоимостью билетов, а также

временем отправления, нахождения в выбранном городе и прибытия домой. Выполнение этого задания требует владения определенными общеучебными умениями:

- анализировать условие задания и из разных источников информации выбирать тот, который содержит информацию, необходимую для ответа на поставленный вопрос;

- анализировать данные, приведенные в источнике информации;

- планировать возможные варианты решения;

- отбирать оптимальные варианты решения, учитывая ограничения, указанные в условии задачи.

Заметим, что подобные задания не включены ни в один из действующих учебных пособий по математике для российской школы, учащиеся не имеют опыта работы с ними, что, очевидно, вызывает затруднения при их выполнении.

В целом большинство заданий по данной теме имеет практический характер и требует анализа информации из различных доступных учащимся областей знаний и общественной жизни, а также использования личного опыта учащегося. Содержание заданий связано с определением и интерпретацией вероятностных и статистических показателей, характеризующих природные (прогнозы погоды, температуры) и социальные явления (работа предприятий, продажа товаров, результаты соревнований, опросы общественного мнения).

В заключение отметим, что вопросы содержания, которые контролировались в рамках указанной темы в международном исследовании, охватываются обязательным минимумом содержания Федерального компонента государственного стандарта общего образования по математике, принятого в 2004 году. Исключение составляет только понятие о таком статистическом показателе, как медиана, изучение которого не включено в программу основной школы. К моменту проведения тестирования восьмиклассники должны были изучить учебный материал, усвоение которого позволяло ответить на вопросы международного теста.

Результаты выполнения заданий по разделу «Вероятность и статистика» («Данные и шансы»)

Вероятность. Восьмиклассники успешно справляются с заданиями, для выполнения которых достаточно иметь интуитивные представления о вероятности событий и руководствоваться здравым смыслом. Затрудняют учащихся задачи, где нужно использовать геометрическую интерпретацию вероятности с помощью площадей круговых секторов. Большинство учащихся не могут соотнести вероятность события и число его наступления с площадью соответствующего сектора круга. При этом отрицательно сказались на результатах неумение учащихся «на глаз» определить, какую часть круга составляет площадь указанного сектора (в конкретном задании надо было определить, что она равна $1/12$), а также неумение приблизительно разделить площадь круга в указанном соотношении (510:243:247). Многие учащиеся не понимают, что означает логическая связка «или», поэтому не понимают смысла события – «вынуть синий или белый шарик».

Статистика. Самые низкие результаты (2% и 5%) показаны при выполнении двух заданий, проверяющих усвоение такого статистического показателя, как медиана. Эти результаты объясняются тем, что данное понятие не включено в программу российской основной школы.

В остальных заданиях российские восьмиклассники успешно применили умение работать с данными, представленными в различной форме. Большинство учащихся (67%-81%) справились с простыми заданиями, в которых требовалось прочесть несложную столбчатую диаграмму, достроить начатую столбчатую диаграмму,

распознать, на какой из нескольких различных форм представления данных (столбчатая, круговая диаграммы и пиктограмма) изображены данные, представленные в виде таблицы.

Около половины учащихся (50% и 57%) сумели построить на круговой диаграмме данные, представленные в форме таблицы. По сравнению с 2003 г. (46%) процент выполнения одного из этих заданий в 2007 г. (57%) увеличился на 11%. Вряд ли это позволяет констатировать существенное улучшение умения восьмиклассников строить круговые диаграммы. Невысокие результаты, видимо, объясняются тем, что алгоритм построения круговых диаграмм изучается в курсе 5-6 классов, а в 7-9 классах не актуализируется.

Очевидно, что учащиеся не приобрели опыт работы и со столбчатыми диаграммами. Так, результаты снижаются до 33%, когда для ответа на вопрос нужно сравнить величину двух столбцов столбчатой диаграммы. При этом следовало обратить внимание на масштаб, принятый на вертикальной оси (начало отсчета начинается не с нуля, а с 900). В таком случае неправомерно проводить непосредственное сравнение величины столбцов диаграммы.

Менее половины учащихся (43%) справились с более сложным заданием, где на диаграмме был представлен ежегодный объем продаж двух напитков в течение четырех лет. Для ответа на поставленный вопрос надо было подметить и использовать закономерность, характеризующую тенденцию изменения объемов продаж каждого из двух напитков, и использовать ее для прогнозирования объемов продаж в последующие годы. По сравнению с 2003 г. (41%) результат его выполнения практически не изменился.

Группа из четырех заданий связана с использованием такого статистического показателя, как среднее значение. Около 60% учащихся правильно понимают смысл этого показателя. При этом только 40%-50% сумели вычислить его значение при разрешении реальной ситуации, когда им пришлось иметь дело с числовыми данными и баллами, которыми участники социологического опроса оценили привлекательность нескольких учебных предметов. Результат значительно ниже (26%) при выполнении задания, в котором нужно использовать известные оценки за выполнение четырех тестов, когда каждый тест оценивался из 10 баллов, и проверить гипотезу о том, может ли ученик, выполнив еще один тест, получить в среднем за выполнение пяти тестов 9 баллов. Задача, очень близкая к повседневной жизни, оказалась непосильной для подавляющего большинства восьмиклассников.

Практическое задание «Экскурсия». Задание содержало 6 взаимосвязанных вопросов. Как и в 2003 году, в 2007 году восьмиклассники успешно справились (70%) только с самым простым из них, где нужно было по карте определить величину расстояния до трех городов, используя масштаб, указанный на карте. На остальные вопросы верно ответили от 8% до 26%, т.е. результаты примерно такие же, как в 2003 г. (от 5% до 27%).

Низкие результаты выполнения объясняются тем, что российские учащиеся не имеют никакого опыта в решении подобных комплексных заданий. Для выполнения взаимосвязанных вопросов надо использовать и, следовательно, держать в памяти информацию, полученную при выполнении предыдущих вопросов, и соотносить ее с пятью условиями (относительно величины расстояния, стоимости билетов и времени отправления, нахождения в выбранном городе и прибытия домой), которые надо выполнить, чтобы ответить на последний вопрос, назвав тот единственный город, выбор которого отвечает всем этим условиям.

Отметим, что при интерпретации невысоких результатов выполнения заданий по рассматриваемой теме следует иметь в виду, что, начиная с 2004 г., изучение материала темы «Вероятность. Статистика» было обязательным, но не контролировалось на

государственном уровне. Очевидно, что это обстоятельство могло оказать негативное влияние на итоги тестирования.

Анализ содержания и результатов международного тестирования по разделу «Вероятность. Статистика» позволяет сделать следующие выводы.

1. Вопросы содержания, которые оценивались в рамках указанной темы в международном исследовании, охватываются обязательным минимумом содержания Федерального компонента государственного стандарта 2004 г. В программу основной российской школы не включено только понятие медианы.

2. Восьмиклассники, как и в 2003 г., успешно справляются только с самыми простыми заданиями, для выполнения которых достаточно иметь интуитивные представления о вероятности и руководствоваться здравым смыслом. Особенно затрудняли учащихся задачи, где нужно было использовать геометрическую интерпретацию вероятности событий с помощью площадей круговых секторов.

Сравнение результатов выполнения заданий по вероятности, которые предлагались в 2003 и в 2007 годах, показало, что существенного улучшения результатов в 2007 году не произошло, хотя по отдельным заданиям результаты стали несколько выше (на 3%-12%), хотя и остались невысокими (25%-60%).

3. При выполнении заданий по статистике большинство учащихся справились только с самыми простыми, для выполнения которых достаточно было иметь первоначальные представления о статистических показателях и формах представления статистической информации. Более половины заданий выполнили менее половины учащихся.

В связи с тем, что в тестах 2007 года было только два задания по статистике из тестов 2003 года, не удалось выявить тенденцию изменения подготовки учащихся по данному разделу.

4. Как и в 2003 году, низкие результаты продемонстрировали учащиеся при выполнении заданий, в которых оценивалось умение работать одновременно с информацией из нескольких источников, когда требуется найти оптимальное решение поставленной задачи, принимая во внимание ряд условий. Об этом говорят низкие результаты выполнения шести вопросов комплексного практического задания «Экскурсия» (8%-27%). Это не удивительно, так как подобных заданий нет в действующих учебных комплектах, хотя практическая значимость выполнения таких заданий очевидна для успешного функционирования в современном обществе.

5. При выполнении заданий по теме «Вероятность. Статистика» учащимся приходится постоянно иметь дело с количественной информацией, выраженной в натуральных и целых числах, в виде дробей, в процентах, и для ответа на поставленные вопросы приходится данные, представленные в одной форме, переводить в другую форму и обратно. Выполнение этих операций вызывает у учащихся значительные трудности. Например, только около трети учащихся справилась с заданием (см. пример 4 в Приложении 2), в котором надо было данные, представленные в процентах на круговой диаграмме, изобразить на столбчатой диаграмме, переведя проценты в натуральные числа.

6. Для заданий по теме «Данные и шансы» характерно наличие текста, в котором иногда достаточно подробно описывается некоторая жизненная ситуация. Поэтому для их выполнения важно умение внимательно прочесть условие задания, проанализировать его и понять, на какой вопрос надо ответить. К сожалению, большинство российских учащихся не владеют этим умением, что оказывает существенное влияние на снижение результатов при выполнении таких заданий. Например, в задаче спрашивается, сколько надо заказать пакетов среднего размера, а более четверти учащихся (27%) верно отвечают на другой вопрос – относительно пакетов небольшого или большого размера.

В заключение отметим, что приведенные выше выводы об овладении восьмиклассниками умениями, формируемыми при изучении вопросов, связанных с вероятностью, статистикой и работой с данными, позволяют обоснованно предположить, что учителя, видимо, еще не приобрели опыт преподавания, а учащиеся недостаточно овладели материалом темы «Вероятность. Статистика» и опытом его применения для решения задач.

2.6. Углубленный анализ выполнения российскими учащимися 4 класса заданий международного теста TIMSS по математике

Охарактеризуем содержание всей совокупности тестовых заданий с позиции соответствия образовательному стандарту начального общего образования по математике (2004 г.), действовавшему в России в период данного исследования. Международными тестами охвачены два раздела изучаемого курса математики: «Числа и вычисления», «Геометрические фигуры и их свойства; измерение геометрических величин», а также раздел «Представление данных» (в 2003 г. – «Анализ данных»), не входящий в программу курса российской начальной школы. Всего для проведения исследования было использовано 179 заданий.

Структура области содержания проверки в 2007 году значительно отличается от 2003 года. Если в 2003 г. задания распределялись по трем указанным разделам в примерном соотношении как 13 : 5 : 2, то в 2007 году – как 4 : 2 : 1. В данной работе усилен блок геометрических заданий и блок на работу с данными, увеличено число заданий на применение математических знаний в жизненных ситуациях.

2.6.1. Результаты выполнения заданий по разделу «Числа и вычисления»

Характеристика содержания заданий по разделу «Числа и вычисления»

Раздел «Числа и вычисления» – наиболее представительный в данном исследовании, что отвечает содержанию курса математики российской начальной школы. Тестовые задания по содержанию можно распределить на пять блоков: натуральные числа, величины, арифметические действия с натуральными числами, текстовые задачи, дроби. Сюда же отнесем комплексные задания, для выполнения которых требовалось соблюдать предлагаемое правило, инструкцию.

В блоке «Натуральные числа» проверялись чтение и запись натуральных чисел, разрядный состав многозначных чисел, сравнение чисел. Этот материал изучается в российской школе как обязательный. В исследование были включены также задания, требующие от учащихся умения проанализировать ряд натуральных чисел. Например, выделить из чисел от 1 до 3000 те, которые оканчиваются на заданное трехзначное число, или среди данных трехзначных чисел нужно было найти то, которое ближе всего к заданному числу.

Значительное внимание было уделено проверке умения анализировать и конструировать числовые последовательности. В заданиях требовалось продолжить ряд чисел, используя заданное правило нахождения последующего числа, либо догадаться, по какому правилу записан ряд чисел, и продолжить его (см. пример 22). Этот материал не изучается в российской школе.

Пример 22 (62%, 63%)

Ниже указаны первые четыре числа последовательности.

2, 4, 8, 16, ...

Какое следующее число этой последовательности?

- Ⓐ 24
- Ⓑ 30
- Ⓒ 32
- Ⓓ 64

Блок **«Величины»**, кроме обязательного материала (измерение длины, массы, времени), включал внепрограммный материал, связанный с измерением вместимости в миллилитрах и температуры в градусах Цельсия. Характерной особенностью тестов является то, что для проверки умения оперировать с величинами предлагались задания в виде текстовых задач (см. примеры 23 и 24). Также было уделено внимание умению пользоваться шкалой и масштабом карты, оценке «на глаз» размеров реальных предметов (например, высоты дерева).

Пример 23 (59%, 58%)

Андрей собирается испечь печенье. Ему надо 10 минут, чтобы прогреть духовку, и ещё 12 минут, чтобы испечь печенье. Андрей хочет, чтобы печенье было готово точно в 11 ч. В какое время он должен включить духовку?

- Ⓐ в 10 ч 38 мин
- Ⓑ в 10 ч 48 мин
- Ⓒ в 10 ч 50 мин
- Ⓓ в 11 ч 22 мин

Пример 24 (54%, 54%)

Коля измерил длину доски, используя линейку длиной 30 см. Длина доски оказалась на 6 см меньше, чем длина линейки, умноженная на 9. Чему равна длина доски?

- Ⓐ 264 см
- Ⓑ 270 см
- Ⓒ 276 см
- Ⓓ 279 см

В блоке **«Арифметические действия с натуральными числами»** проверялось умение применять письменные алгоритмы выполнения арифметических действий: сложение четырехзначного и трехзначного чисел, вычитание трехзначных чисел, умножение двузначных чисел. Пять заданий были направлены на проверку умения находить неизвестный компонент арифметического действия, причем три из них были представлены в необычной для российских школьников форме (см. пример 25). В тест

было включено также задание на оценку числового результата типа: какое из данных чисел ближе к частному (к произведению) заданных чисел?

Пример 25 (66%, 55%)

$12 : 3 = \blacksquare : 2$ Какое число должно стоять в этом равенстве вместо \blacksquare ? (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

В блоке «Текстовые задачи» выделяется группа одношаговых задач на понимание содержательного смысла арифметических действий, на умение правильно использовать зависимость между величинами. Этому вопросу в российской школе уделяется значительное внимание, что подтверждается высоким процентом выполнения заданий.

Среди задач в 2-3 действия имеются две на понимание того, как использовать с учетом условия задачи результат, полученный после выполнения действия деления с остатком (см. пример 26). Для двух других задач (см. примеры 27 и 28) не требовалось внепрограммных знаний, но необходимы были умения внимательно прочитать и понять условие, осуществить решение и записать ответ. Включена была также задача, в которой величины связаны пропорциональной зависимостью (см. пример 29). Отметим, что знакомство с пропорциональностью не входит в стандарт начальной школы, а потому, хотя и встречается в некоторых учебниках, не включается в итоговые проверочные работы в начальной школе.

Пример 26 (65%, 67%)

Группе из 8 детей дали 74 конфеты. Сколько конфет надо добавить, чтобы все конфеты можно было разделить поровну между всеми детьми? Ответ: _____

Пример 27 (22%, 19%)

В прошлом году в Полянской школе было 92 мальчика и 83 девочки. В этом году в школе всего 210 учащихся, из которых 97 – мальчики. На сколько больше девочек в этом году, чем в прошлом году? Запиши своё решение. Ответ: _____

Пример 28 (12%, 7%)

Отец повёл 3 детей на выставку. Билет для взрослых стоил в два раза больше, чем детский билет. За 4 билета отец заплатил всего 50 зедов.

Сколько зедов стоил детский билет? Запиши своё решение.

Ответ: _____

Пример 29 (29%, 30%)

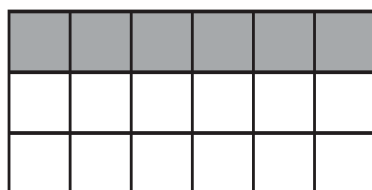
Два мальчика бегали по дорожке стадиона. Федя пробежал 2 км, а Андрей за то же время пробежал 3 км. Федя пробежал 6 км. Сколько километров пробежал Андрей?

Ответ: _____ км

Блок «Дроби» содержит значительную по объёму часть тестовых заданий: 15 заданий на операции с обыкновенными дробями и 7 – с десятичными. Эти задания составлены на материале, который не изучается в российской начальной школе. Были использованы задания на понимание смысла обыкновенной дроби и сравнение ее с половиной, на выделение из долей, записанных дробью, самой большой, на сложение и вычитание дробей с однозначными знаменателями, на соотнесение равных дробей, записанных по-разному (см. примеры 30-32). Предлагались также текстовые задачи, в которых присутствовали данные, записанные в виде дроби. Отметим, что понимание долей требовалось и в заданиях других блоков, например, в геометрических заданиях, когда нужно было указать положение фигуры после ее поворота на половину (четверть) полного оборота.

Пример 30 (62%)

Какая часть прямоугольника закрашена?



- (A) $\frac{1}{4}$
- (B) $\frac{1}{3}$
- (C) $\frac{6}{12}$
- (D) $\frac{2}{3}$

Пример 31 (43%)

Дима истратил $\frac{3}{10}$ своих денег на ручку и $\frac{5}{10}$ своих денег на книгу.
Какую часть своих денег истратил Дима?

Ответ: _____

Пример 32 (33%)

Какая дробь равна $\frac{2}{3}$?

(A) $\frac{3}{4}$

(B) $\frac{4}{9}$

(C) $\frac{4}{6}$

(D) $\frac{3}{2}$

В этот же блок были включены вопросы, связанные с десятичными дробями, которые также не изучаются в российской начальной школе (на выражение цен в десятичных дробях, на сравнение и вычитание десятичных дробей с одним-двумя десятичными знаками после запятой) (см. пример 33).

Пример 33 (9%, 11%)

$$12,36 - 9,7 =$$

Ответ: _____

Комплексные задания отличаются новой для российских учащихся постановкой задачи. При их выполнении нужно было получить решение с соблюдением правила или инструкции, сопровождаемых рисунком, схемой, таблицей. В задании предлагалось рассмотреть 3-4 ситуации и ответить на вопросы (см. примеры 34 и 39).

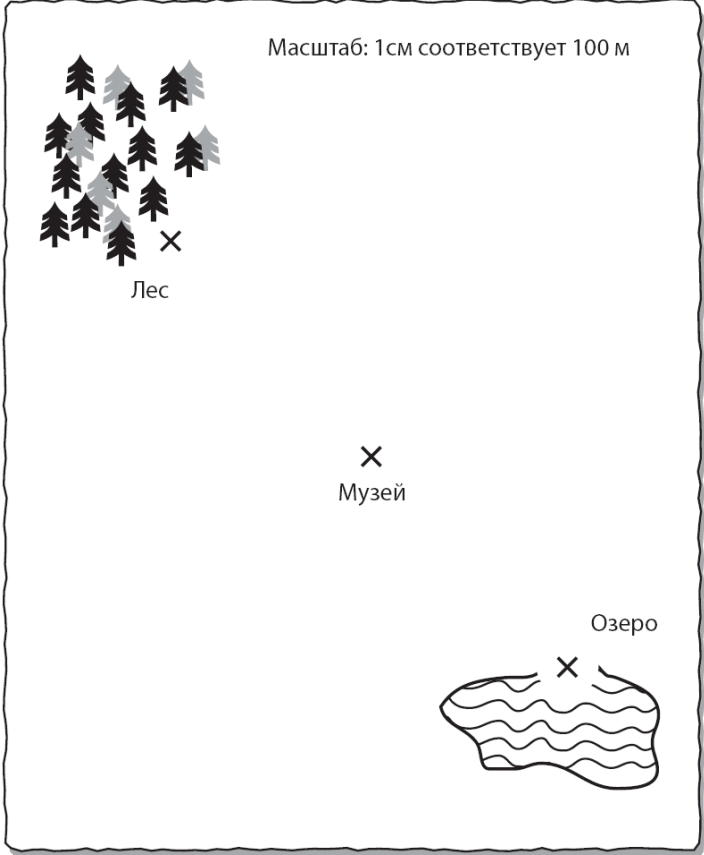
Пример 34 (А. 48%, 41%; В. 61%, 54%; С. 40%, 36%)

Для выполнения этого задания тебе должны дать картонную линейку. Если у тебя нет линейки, то подними руку. Для ответа на вопросы используй эту линейку и приведённую ниже карту.

Веселовск – новый город. Жители Веселовска планируют, как его застроить. Они решили расположить музей посередине между озером и лесом, как показано на карте. При измерении расстояний на карте жители используют в качестве начала отсчета точки, отмеченные знаком X.

Веселовск

Масштаб: 1 см соответствует 100 м



Используя приведённые ниже данные, укажи на карте Веселовска расположение парка, библиотеки и школы.

А. **Парк** должен находиться в 200 метрах от озера, чтобы жители могли купаться и рыбачить. Отметь на карте знаком X место, где ты расположишь **парк**, и под знаком X напиши «**парк**».

В. От **библиотеки** до музея должно быть не менее 300 метров и не более 400 метров. Отметь на карте знаком X место, где ты расположишь **библиотеку**, и под знаком X напиши «**библиотека**».

С. **Школа** должна быть посередине между парком и библиотекой. Отметь на карте знаком X место, где ты расположишь **школу**, и под знаком X напиши «**школа**».

Анализ содержания материала, включенного в тесты, позволяет сделать следующие выводы.

Половина тестовых заданий относится к внепрограммному материалу: числовые последовательности, пропорциональная зависимость величин, обыкновенные и десятичные дроби. Оценивается сформированность представлений о долях на основе деления целого (отрезка, прямоугольника, круга) на равные части; понимание того, что запись доли выражает замену слов «половина», «четверть» и т.д.; умение найти долю данной величины.

Практически отсутствуют вопросы алгоритмического характера, которые основательно изучаются в российской школе и традиционно являются предметом

проверки знаний учащихся (например, определение порядка действий в числовом выражении, нахождение значения числового выражения со скобками и без них, использование свойств арифметических действий, применение способов проверки правильности вычислений). По-видимому, с точки зрения международных экспертов, освоение этого материала не является приоритетным при оценке математической подготовки.

Результаты выполнения заданий по разделу «Числа и вычисления»

Рассмотрим результаты выполнения заданий каждого из блоков содержания раздела «Числа и вычисления».

Натуральные числа. От 75% до 96% российских учащихся продемонстрировали достаточно уверенное владение обязательным материалом: чтением и записью натуральных чисел и сравнением многозначных чисел, представлением числа в виде суммы разрядных слагаемых.

В работу были включены также задания, требующие от учащихся умения проанализировать данный ряд чисел. С заданием, выполнение которого сводится к выделению из ряда чисел от 1 до 3000 тех, которые оканчиваются на заданное трехзначное число, справилось около половины четвероклассников (47%). Сумели найти среди данных трехзначных чисел то, которое ближе всего к заданному числу, 34% учащихся. Невысокий процент выполнения подобных заданий указывает на недостаточно развитую числовую интуицию четвероклассников.

Это же проявилось и при выполнении следующего блока заданий, хотя можно считать, что они выходят за рамки общеобразовательного стандарта российской школы. Так, от учащихся требовалось умение восстановить правило, по которому составлена последовательность чисел. Выполнение таких заданий зависит от сообразительности и внимания учащихся, а также от умения проверить, все ли числа данного ряда удовлетворяют установленному правилу. Обратим внимание на то, что постановка некоторых подобных заданий предложена в форме, непривычной для российских учащихся.

Величины. Задания, связанные с измерением длины, массы, времени, верно выполнили около 60% учащихся. Это хороший результат, если учесть, что все проверочные задания представлены в текстовой форме, и поэтому требуют от учащихся умения действовать с величинами с учетом логики решения текстовой задачи (см. примеры 23 и 24).

Отметим ряд заданий, которые, несмотря на их внепрограммный характер, российские четвероклассники выполнили довольно успешно. Единицы измерения объема (миллилитры) правильно использовали 74% учащихся (они верно определили, сколько воды осталось в бутылке, содержащей 1 л воды, когда из нее отлили 250 мл). Учащиеся проявили хороший уровень умений пользоваться шкалой весов (63%) и масштабом карты (80%). В тесте было уделено внимание измерениям реальных предметов. 59% российских учащихся правильно определили длину змеи, мысленно распрямив ее вдоль плиток дорожки; 37% учащихся определили высоту дерева, соотнеся ее с известным ростом человека. С заданием на определение температуры воздуха, которая ежечасно повышалась на несколько градусов, справились 75% учащихся.

Арифметические действия с натуральными числами. Овладение письменными алгоритмами выполнения арифметических действий при сложении четырехзначного и трехзначного чисел продемонстрировали 88% российских

учащихся, при вычитании трехзначных чисел – 88% учащихся, при умножении двузначных чисел – 72%. Найти неизвестный компонент действия (уменьшаемого) смогли 79% учащихся, а множителя – 96%. Затруднение вызвало нахождение делимого и делителя в заданиях, представленных в необычной форме. Так, например, при выполнении задания (см. пример 25) значительное число учащихся (21%) ограничились нахождением частного. Задания на оценку результата вычислений (какое из заданных чисел ближе к данному произведению (частному) чисел) выполнили 65% и 67% учащихся соответственно.

Текстовые задачи. Большинство российских учащихся (от 75% до 93%) хорошо выполнили задания в одно действие, в которых проверялось понимание содержательного смысла арифметических действий, умение использовать зависимость между величинами и определять соответствующую ей арифметическую операцию. При решении текстовых задач 74% учащихся успешно нашли сумму двух произведений, правильно выполнили действие деления с остатком 65% учащихся (см. пример 26). С заданиями в 2-3 действия, приведенными в примерах 27-29, справилось небольшое число учащихся (12%-29%), что говорит о необходимости обучать учащихся решению текстовых задач арифметическим способом на основе метода рассуждения.

Дроби. Обыкновенные дроби изучаются в российской школе в пятом классе. Несмотря на это, около половины четвероклассников правильно выполнили задания, приведенные в примерах 30 и 31. Задания на понимание смысла обыкновенной дроби и ее сравнение с половиной выполнили от 39% до 77%, выделение самой большой из долей, записанных дробью – 43%, сложение и вычитание дробей с однозначными знаменателями – от 43% до 56%, соотнесение равных дробей, записанных по-разному – 33%-39% учащихся. О понимании содержательного смысла понятия «доля» на достаточно высоком уровне свидетельствует решение заданий, представленных в текстовой форме. Так, с заданием, в котором было приведено изображение фигуры и следовало найти ее положение после поворота на четверть (записано дробью) оборота по часовой стрелке, справились 73% учащихся. Однако с задачей с реальной ситуацией (на составление рецепта для выпечки), при решении которой нужно было использовать пропорциональность величин, справились 27% учащихся.

При решении задач, связанных с операциями над десятичными дробями, получены следующие результаты: текстовую задачу с ценами правильно выполнили 50% учащихся; на сравнение десятичных дробей вида 0,2, 0,23, 0,03 – 34%; на сложение и вычитание десятичных дробей с одинаковым (одним или двумя) числом десятичных знаков до и после запятой – 49%-63%. Возможно, такие результаты были получены благодаря опоре учащихся на здравый смысл, а не на содержательный смысл записи числа в виде десятичной дроби и тем более не на алгоритмы действия с дробями. Подтверждением тому является выполнение задания, приведенного в примере 33, в котором оценивалось понимание смысла запятой в записи десятичной дроби. С ним справилось только 9% учащихся.

Комплексные задания. Хотя постановка задач в представленной форме является новой для большинства российских учащихся, с ними справились от 30% до 80%. Свыше 40% учащихся успешно выполнили задание с использованием карты (см. пример 34). Более половины учащихся справились с заполнением таблицы и смогли ответить на вопросы, извлекая из таблицы информацию (см. пример 39).

Российские учащиеся продемонстрировали хорошие умения в ориентации на плоскости, заданной в виде шахматной доски. При заданных перемещениях фишки с исходной позиции правильно указали ее последующее место 72% учащихся. С

заданиями на ориентацию по карте, также заданной в виде шахматной доски, успешно справились 82%-88% учащихся.

С группой заданий, в основе которых лежит работа с пропорциональными величинами, не изучаемыми в начальной школе, справилось от 31% до 81% учащихся в зависимости от сложности вопроса. Полученный результат свидетельствует о значительном познавательном потенциале российских школьников. Во-первых, задачи были предложены в игровой ситуации, не типичной для проверочных работ. Во-вторых, при выполнении заданий учащиеся не могли воспользоваться уже известными алгоритмами, т.к. на уроках математики такие задания им вряд ли встречались, и они должны были придумать свой ход рассуждений.

С заданиями на рассмотрение последовательности, заданной четырьмя фигурами, представленными в виде цепочек из одного, трех, пяти, семи кругов, справились 48%-77% учащихся. Отметим, что все рассмотренные выше задания предлагались с открытым ответом.

Анализ результатов международного тестирования по материалу раздела «Числа и вычисления» позволил сделать следующие выводы.

1. Учащиеся продемонстрировали достаточно высокие результаты (75%-96%) овладения отдельными вопросами арифметики (чтение и запись натуральных чисел, разрядный состав числа, сравнение чисел, единицы измерения длины, массы и времени, арифметические действия с натуральными числами, решение одношаговых текстовых задач, доли и нахождение доли целого). В то же время результаты решения составных арифметических задач варьируются от 12% до 74% в зависимости от сложности, количества действий и знакомства с материалом, необходимым для их решения.

2. Четвероклассники показали хороший уровень выполнения отдельных заданий внепрограммного содержания, например, измерение в миллилитрах, пользование шкалой, продолжение числовой последовательности, ориентация на плоскости, заданной в виде шахматной доски (неформальной системы координат).

Многие задания были представлены в непривычной текстовой форме и требовали от учащихся умения действовать с величинами с учетом логики решения текстовой задачи.

Неплохие результаты были показаны при выполнении заданий, связанных с обыкновенными и десятичными дробями (понимание смысла обыкновенной дроби, сравнение дробей, действия с дробями), которые не изучаются в начальной школе.

3. Сравнение результатов выполнения одних и тех же заданий, которые были включены в тесты 2007 и 2003 годов, позволяет говорить о повышении математической подготовки четвероклассников. По отдельным заданиям прирост их выполнения в 2007 г. составил более 10% (например, измерение величин, продолжение последовательности чисел по заданному правилу).

4. Многие задания были представлены в непривычной для российских учащихся текстовой форме, которая часто сопровождается рисунком, схемой, таблицей. Однако почти все дети (кроме 2%-6%) приступали к их решению, опираясь на здравый смысл, на знания из окружающего мира (за исключением заданий, предложенных в форме игр – к ним не приступили от 5% до 20% учащихся).

5. Материалы данного тестирования, как и ранее проводимых международных исследований, подтверждают целесообразность и возможность включения в содержание математического образования учащихся начальной школы ряда вопросов, которые не входят в действующий стандарт начальной школы.

Так, во всех международных тестах учащимся предлагаются задания, в которых они могут продемонстрировать свое представление о долях на основе деления целого (отрезка, прямоугольника, круга) на равные части, понимание того, что запись доли выражает замену слов «половина», «четверть» и т.д., умение найти долю данной

величины. Значительное внимание уделяется умению учащихся работать с числовыми и знаковыми последовательностями, выполнять округление и прикидку результатов вычислений. Неплохие результаты, показанные российскими учащимися при выполнении этих заданий, позволяют говорить о больших потенциальных возможностях выпускников российской начальной школы. Очевидно, что содержание и результаты международного тестирования выпускников российской начальной школы целесообразно учитывать при разработке стандарта начального математического образования второго поколения.

В заключение отметим, что в международных тестах большая часть заданий предложена в текстовой форме. Из анализа содержания заданий и результатов их выполнения следует, что российские учащиеся не достаточно свободно владеют умением решать текстовые задачи арифметическим способом. Данные результаты говорят о необходимости усиления внимания к решению текстовых задач. При этом важно добиваться понимания ситуации, описанной в задании, понимания терминов и оборотов речи, а также активного использования для решения метода рассуждения.

2.6.2. Результаты выполнения заданий по разделу «Элементы геометрии»

Характеристика содержания заданий по разделу «Элементы геометрии»

В международных тестах уделяется значительное внимание оценке геометрической подготовки четвероклассников. Тесты содержали 41 задание по геометрии, которые можно распределить на четыре содержательных блока: геометрические фигуры на плоскости и их свойства, измерение геометрических величин, геометрические преобразования на плоскости, геометрические тела в пространстве.

Блок «Геометрические фигуры на плоскости и их свойства» был представлен 13 заданиями, проверяющими:

- умение распознавать плоские геометрические фигуры (круг, треугольник, прямоугольник, многоугольники, прямой угол) и конфигурации (параллельные прямые);
- умение изображать фигуры, используя инструменты, свойства клетчатой бумаги, свойства окружности;
- умение различать фигуры, имеющие одинаковую форму и размеры;
- знание свойств прямоугольника и треугольника, умение определять свойства фигур, изображенных на клетчатой бумаге;
- владение навыками мысленного оперирования для разбиения геометрических фигур на заданные фигуры.

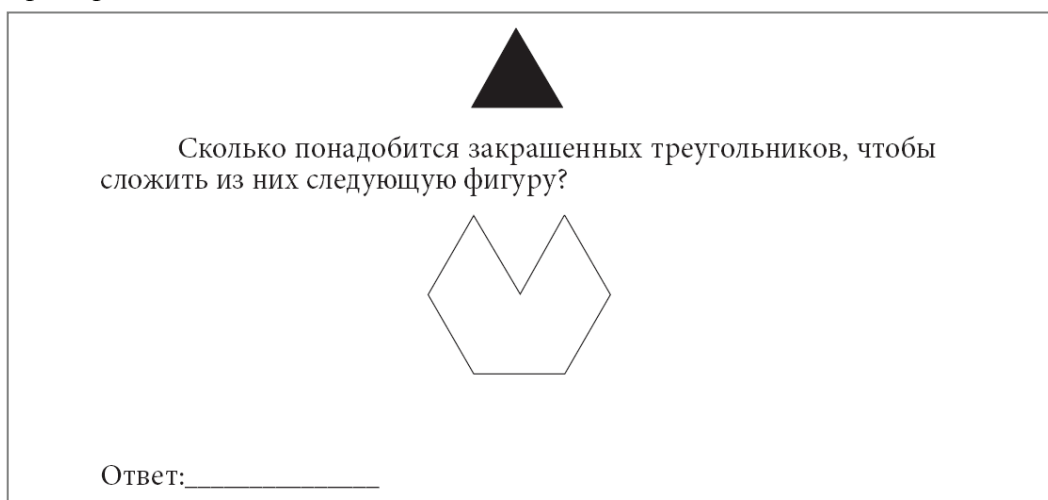
В исследовании было представлено несколько заданий, в которых требовалось выполнить операцию распознавания. Например, определить на изображении реального предмета (автобуса), форму какой геометрической фигуры (прямоугольника, окружности и др.) имеют части этого предмета, выбрать среди данных изображений прямой угол, параллельные прямые (нет в программе) и треугольники. Необычным и интересным является исследовательское задание, в котором на окружности через равные расстояния отмечены 12 точек; точки надо соединить отрезками в определенном порядке; затем требуется достроить отрезки и назвать получившуюся фигуру (квадрат), а затем уже самостоятельно, используя аналогичный рисунок, построить по точкам треугольник и шестиугольник с равными сторонами. Выполнение задания не требует специальных знаний, а лишь интуитивного понимания равенства (отрезков, дуг, сторон многоугольников).

Кроме этого задания, в тесты были включены еще два задания на построение. В одном из них нужно было провести через заданную точку прямую, перпендикулярную

заданной прямой (отрезку), в другом – достроить на клетчатой бумаге прямоугольник, стороны которого проходят через узлы сетки, но не лежат на ее линиях. Оба задания не относятся к программному материалу: перпендикулярность вводится в 5-6 классах, в начальной школе есть лишь понятие «прямого угла», но оба этих задания довольно далеки от него.

И еще одно внепрограммное задание, которое, по сути, отражает целое направление работы с геометрическими объектами, не находящее должного внимания в программе российской школы (см. пример 35). В этом задании необходимо было определить, сколько понадобится данных на рисунке треугольников, чтобы сложить из них заданную фигуру. Требуется оно мысленного оперирования геометрическими фигурами – перемещения и поворота.

Пример 35 (59%, 56%)



Для выполнения этого задания необходим опыт практических действий по составлению и разбиению фигур, на основе которого и формируется пространственное воображение. Это объективно наиболее сложное задание данной группы, дающее возможность зафиксировать высокий уровень развития пространственных представлений и воображения учащихся.

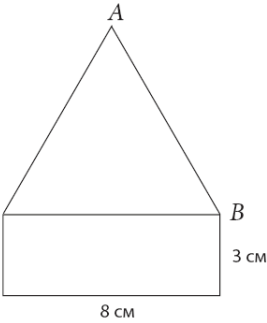
Несмотря на то, что учащимся начальной школы не знакомо понятие равенства фигур, они вполне могут сравнивать фигуры по форме и размеру. На проверку этого умения направлено задание, в котором нужно было среди семи частей, на которые разбит квадрат (танграм), найти два треугольника, имеющих одинаковые размеры и форму (см. пример 15 в Приложении 2). Косвенно это задание проверяет также умение распознавать треугольники в конфигурациях.

Задания, направленные на выявление знания свойств прямоугольника и треугольника, несут в себе дополнительные логические нагрузки (см. пример 36).

Выполнение этого задания требует анализа изображенной на рисунке геометрической конфигурации, а также проведения цепочки логических рассуждений, пусть и не большой, но существенной для четвероклассников. Само по себе приведенное графическое изображение встречается детям довольно часто и имеет вполне конкретную предметную интерпретацию – это домик, составленный из прямоугольника (стены, пол и потолок домика) и треугольника (крыша). Но как геометрическая конфигурация данное изображение учащимися никогда не рассматривается. Известно, что треугольник равносторонний, на рисунке указаны длины двух сторон прямоугольника, требуется определить длину стороны треугольника, не совпадающую со стороной прямоугольника. Таким образом, чтобы решить задачу, учащийся должен: по рисунку выделить прямоугольник и треугольник; зафиксировать, что сторона прямоугольника, совпадающая со стороной треугольника

(ее длина не указана), равна 8 см; сделать вывод о том, что эта сторона треугольника также равна 8 см; перейти к неизвестной стороне треугольника и на основании равенства сторон треугольника получить, наконец, искомую величину – 8 см. Подобные задания учащимся начальной школы не знакомы, поэтому трудно ожидать здесь высоких результатов.

Пример 36 (48%)



На рисунке изображена фигура, составленная из прямоугольника и треугольника. Все три стороны треугольника равны. Чему равна длина стороны AB?

Ⓐ 8 см
 Ⓑ 9 см
 Ⓒ 10 см
 Ⓓ 11 см

При выполнении задания о свойствах прямоугольника оцениваются не только знания о том, что у прямоугольника 4 стороны, что они попарно параллельны и что все углы прямые, но и умения разобраться с логической конструкцией «верное утверждение/неверное утверждение».

В задании на сравнение двух треугольников (один – равнобедренный, другой – прямоугольный) требовалось записать одно сходство и одно различие этих фигур. Если сходство вполне очевидно – обе фигуры являются треугольниками, то вот различие сформулировать учащимся, которые не знакомы с классификацией треугольников, довольно сложно. Форма задания непривычна для российских четвероклассников.

В тесте также оценивалось умение определять свойства фигур, изображенных на клетчатой бумаге, используя ее свойства. Учащимся предъявлялись различные многоугольники, которые нужно было распределить на четыре группы – провести классификацию по двум основаниям: первое – фигура имеет 4 стороны, второе – все стороны имеют одинаковую длину. Задание было оформлено в виде таблицы. Задание достаточно сложное не столько по геометрическому содержанию, сколько логически и по форме его предъявления.

Блок «Измерение геометрических величин» был представлен 13 заданиями, проверяющими:

- владение понятием площади фигуры и свойствами площади;
- умение находить периметр многоугольника, в том числе, прямоугольника;
- умение сравнивать величины углов (качественное сравнение углов от 0° до 180°).

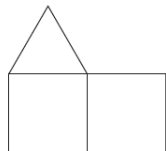
Отметим, что большая часть материала рассматриваемого блока не является программной для учащихся начальной школы и традиционно рассматривается в 5-6

классах. Однако часть заданий полностью соответствует программному материалу российской начальной школы. Это задания на нахождение периметра и площади прямоугольника, изображенного на рисунке (заданы длины двух смежных сторон). Близки к этому и другие задания на периметр многоугольника. Исключение, пожалуй, составляет задание, в котором задан периметр пятиугольника, длины трех сторон, каждая из которых равна 4 см, а еще про две стороны, обозначенные a и b , известно, что они имеют равные длины, и требуется найти длину стороны a . Ясно, что введение буквенных обозначений усложняет задачу, причем, не геометрический ее аспект.

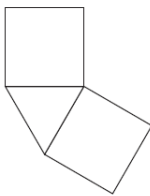
Однако уже задания на нахождение площадей фигур, составленных не только из квадратов, но и из треугольников (половинок квадратов), или на нахождение площади треугольника выходят за рамки программы. Выполнение этих заданий осложняется еще и тем, что задана не площадь единичного квадрата, а указана длина его стороны – 1 см, таким образом, площадь треугольника равна $\frac{1}{2}$ см², а дроби не являются предметом изучения в начальной школе. Справиться с этими заданиями могут лишь учащиеся тех классов, которые обучаются по программам повышенного уровня сложности. К сожалению, приходится констатировать, что не находит должного отражения в программах и учебниках для начальной школы такое ключевое для формирования этого понятия свойство, как аддитивность.

Это же можно сказать и о свойстве равновеликости равноставленных фигур. В данном исследовании учащимся были предложены два задания, в которых разные фигуры складывают из одного и того же числа одинаковых фигур (двух равных прямоугольников в одной задаче, двух квадратов и одного треугольника – в другой). Пример такого задания приведен ниже.


Пример 37 (82%, 78%)



Рита



Инна



Лена





Рита, Инна и Лена по очереди складывают фигуры из трёх карточек. У девочек получились различные фигуры, как показано на рисунке. Какое утверждение о площади этих фигур верное?

- Ⓐ Фигура Риты имеет бóльшую площадь, чем площади других фигур.
- Ⓑ Фигура Инны имеет бóльшую площадь, чем площади других фигур.
- Ⓒ Фигура Лены имеет бóльшую площадь, чем площади других фигур.
- Ⓓ Все три фигуры имеют одинаковую площадь.

Подобные задания являются довольно распространенными для учебных программ многих стран мира, и поэтому они часто используются в различного рода исследованиях.

Овладение понятием площади фигуры проверялось также с помощью задания, в котором требовалось определить, каких плиток (большого или меньшего размера) понадобится меньше для покрытия пола комнаты (см. пример 38). Как известно, многие учащиеся начальной школы считают: чем больше размер плитки, тем большее число таких плиток потребуется для покрытия некоторой площади.

Пример 38 (85%, 76%)

У Кирилла много таких плиток:	
У Юры много таких плиток:	
У Пети много таких плиток:	
У Бори много таких плиток:	

Кому из мальчиков требуется меньше всего плиток, чтобы покрыть ими пол в классной комнате?

Ⓐ Кириллу
Ⓑ Юре
Ⓒ Пете
Ⓓ Боре

В тесты были включены два задания на проверку умения провести качественное сравнение углов от 0° до 180° . Российские учащиеся знакомятся с такой геометрической фигурой, как угол, вводится понятие прямого угла, а измерение величины угла программой не предусматривается.

Блок «**Геометрические преобразования на плоскости**» был представлен 7 заданиями, причем, в отличие от исследования 2003 г., во всех заданиях речь шла об осевой симметрии. Направлены они были на проверку владения понятиями «ось симметрии фигуры», «фигуры, симметричные относительно прямой» на уровне распознавания и на уровне построения.

Все задания блока носят внепрограммный характер, они традиционны для российских 5-6 классов.

В двух заданиях требовалось определить, на каком рисунке проведенная пунктирная линия является осью симметрии фигуры; в одном задании были даны многоугольники, в другом – изображения объектов животного мира. Еще в одном задании нужно было определить, на каком рисунке геометрические фигуры не симметричны относительно заданной прямой.

Четыре задания блока требовали выполнения построений, одно задание – на нелинованной бумаге провести ось симметрии данной фигуры (дан выпуклый четырехугольник), три задания – на клетчатой бумаге: достроить симметричную половинку фигуры; нарисовать треугольник, симметричный данному треугольнику относительно заданной прямой, проходящей по стороне сетки; провести все оси симметрии данной фигуры (их 4).

Блок «**Геометрические тела в пространстве**» был представлен 8 заданиями (в 2003 г. таких заданий было только 4). Задания данного блока оценивали:

– знания свойств поверхностей многогранников и круглых тел, их разверток;

– умения выполнять мысленные преобразования пространственных тел, изображенных на рисунке.

Здесь необходимо отметить, что форма предъявления пяти из восьми заданий предполагает владение умением читать проекционный чертеж. Однако, отмечая важность этого качества для развития пространственных представлений и пространственного воображения учащихся, приходится отмечать, что оно не входит в программу обучения в российской начальной школе.

Кроме того, предложенные задания требовали от учащихся не только зрительного узнавания таких геометрических тел, как цилиндр, пирамида, призма, прямоугольный параллелепипед, но и знакомства с их свойствами. Например, не просто распознавать куб, но и знать, что у куба 12 ребер, что грани имеют форму квадрата.

Часть заданий данного блока были направлены на проверку уровня развития пространственного воображения учащихся, в частности, умения выполнять мысленные повороты тела, изображенного на рисунке, в пространстве, разбирать-собирать тело из кубиков. Они, как правило, не требовали каких-либо геометрических знаний и навыков, и могли быть выполнены, исходя из практического опыта. Учащимся предлагалось определить число кубов (параллелепипедов), из которых сложена нестандартная фигура в одном случае и параллелепипед в другом, причем часть сооружения на рисунке не видна.

Таким образом, характеризуя содержание геометрических заданий международного теста, следует отметить, что только пятую часть заданий можно отнести к программному материалу российской начальной школы, большая же часть не находит отражения в российских программах и учебниках и не знакома учащимся.

Обязательный минимум содержания начального общего образования российской школы не содержит следующих вопросов, которые практически всегда входят в международные тесты: пространственные тела; измерение углов; параллельные и перпендикулярные прямые; осевая симметрия; равновеликие и равноставленные фигуры и др. В программах и учебниках не находится места формированию важных практических навыков построения и изображения геометрических фигур, развитию пространственного воображения учащихся, умению применять полученные знания и практические навыки в повседневной жизни. Все это негативно сказывается не только на формировании геометрических представлений младших школьников, но и на адекватности восприятия окружающей их действительности.

Результаты выполнения заданий по разделу «Элементы геометрии»

Рассмотрим результаты выполнения заданий по каждому блоку содержания раздела «Элементы геометрии».

При выполнении заданий блока **«Геометрические фигуры на плоскости и их свойства»** российские четвероклассники показали хорошие результаты. На предъявленном им изображении автобуса распознали прямоугольник, треугольник и круг 75% учащихся. Распознали прямой угол 76% учащихся, треугольники среди шести многоугольников – 85% (72%), параллельные прямые (внепрограммный материал) – 84%.

При выполнении необычного исследовательского задания, описанного ранее (на окружности отмечены 12 точек), сумели достроить по заданному правилу и распознать в построенной фигуре квадрат 89% учащихся. Результат достаточно высокий, учитывая необычность задания. По аналогии с заданным правилом построили сначала треугольник с равными сторонами, а затем и шестиугольник 66% и 70% учащихся соответственно.

Достроили прямоугольник на клетчатой бумаге (см. пример 13 в Приложении 2) 75% учащихся. Нашли два треугольника, одинаковых и по форме, и по размерам 81% (72%) учащихся. Сумели мысленно разбить многоугольник на равные треугольники 59% (56%) четвероклассников (см. пример 35).

Проанализировали конфигурацию (см. пример 36) и определили сторону треугольника 48% учащихся. Этот результат свидетельствует о доступности для младших школьников несложных геометрических конфигураций, об их готовности к изучению более содержательного геометрического материала.

С непростым заданием, в котором требовалось определить истинность четырех утверждений относительно свойств прямоугольника, справились 53% учащихся.

Задание, в котором требовалось распределить многоугольники на группы, учитывая два свойства этих фигур (число и равенство их сторон), выполнили 52%. Главная сложность этого задания заключалась в логике рассуждений, поскольку требовалось распределить фигуры по двум основаниям.

Сравнить два заданных треугольника смогли далеко не все: 69% учащихся нашли одно очевидное сходство (данные фигуры являются треугольниками), 51% нашли одно различие. Невысокие результаты можно объяснить отсутствием заданий на сравнение геометрических фигур в российских учебниках. Кроме того, чтобы найти различия, нужны уже определенные геометрические знания о свойствах треугольников, например, у одного из треугольников есть пара равных сторон (равносторонний треугольник), у второго треугольника есть прямой угол (прямоугольный треугольник). А вот российские четвероклассники испытывают здесь явный дефицит таких знаний, например, хотя прямой угол и входит в программу начальной школы, но он не связывается с треугольниками, только с прямоугольником.

Блок «Измерение геометрических величин». Сумели найти периметр прямоугольника с заданными сторонами (традиционное задание в традиционной формулировке) 71% учащихся. Ответы 19% четвероклассников показали, что они не различают понятия периметра и площади прямоугольника. Невысок результат выполнения (64%) несложного задания, в котором требовалось определить, какое расстояние будет пройдено, если обойти по краю площадку, имеющую форму квадрата с заданной стороной. Возможно, причина заключается в том, что учащиеся не смогли переформулировать предложенную ситуацию в стандартное задание «найти периметр квадрата со стороной 100 м».

При выполнении задания повышенного уровня сложности сумели найти неизвестную сторону пятиугольника, зная длины трех равных сторон и то, что две другие стороны пятиугольника имеют одинаковую длину, 44% учащихся.

Успешно справились с вычислением площади забора, размеры которого заданы на рисунке, 80% учащихся. Сделали традиционную ошибку – подменили площадь периметром – 10% учащихся. Задания на нахождение площадей фигур, составленных не только из квадратов, но и из прямоугольных треугольников, выходят за рамки программы начальной школы. Не удивительно, что с тремя заданиями такой тематики справились от 53% до 64% учащихся.

С таким свойством понятия площади, как равновеликость равноставленных фигур были связаны два задания. Сумели правильно сравнить площади трех разных конфигураций, составленных из одних и тех же фигур (двух квадратов и одного треугольника), 82% (78%) учащихся (см. пример 37), а около 14% пришли к выводу, что площади фигур различны, т.е. они усматривают зависимость площади от расположения фигур в конфигурации.

Связанное также с понятием площади задание, приведенное в примере 38, которое проверяет понимание того, что чем больше единица измерения (размер плитки), тем меньше числовое значение измеряемой величины (нужного числа этих

плиток для покрытия пола), выполнили 85% (76%) учащихся. При этом 9% учащихся усматривают здесь прямо пропорциональную зависимость – они считают, что чем меньше площадь плитки, тем меньше плиток потребуется.

Учитывая объективные трудности, которые имеют место при формировании представлений о такой геометрической фигуре, как угол, можно считать эти результаты удовлетворительными. С заданием, в котором при построении угла, большего 90° и меньшего 180° , надо было использовать представление о прямом угле, справились лишь 47% (36%) учащихся. Правильно расположили два острых и два тупых угла в порядке возрастания 76% (62%) учащихся, столько же распознали и прямой угол (этот материал входит в программу).

Блок «Геометрические преобразования на плоскости». Правильно выбрали геометрическую фигуру, у которой проведенная линия является осью симметрии, 53% (49%) учащихся, выше результат выполнения аналогичного задания, но с изображениями предметов (74%). Сумели провести самостоятельно ось симметрии фигуры или достроить по клеткам сетки симметричную половинку фигуры 59% и 63% (56%) учащихся соответственно. Несколько более сложным оказалось задание, связанное с симметричной фигурой, имеющей форму четырехлучевой звезды; провести все четыре ее оси смогли 32% учащихся.

Распознали на рисунке фигуры, не симметричные относительно заданной прямой, 51% учащихся. Сумели построить треугольник, симметричный данному треугольнику относительно прямой, 52% школьников.

Результаты выполнения заданий данного блока, материал которого полностью отсутствует в большинстве российских программ и учебников, свидетельствуют о том, что у российских четвероклассников имеются начальные представления об осевой симметрии. В связи с этим включение вопросов, связанных с геометрическими преобразованиями на плоскости, в содержание геометрического образования младших школьников будет способствовать развитию пространственных представлений и воображения учащихся.

Блок «Геометрические тела в пространстве». Рассмотрим результаты выполнения заданий данного блока. С одним из наиболее простых заданий на проверку знания свойств куба (сколько у куба ребер) и умения читать проекционный чертеж справились 56% четвероклассников. Наиболее часто встречающаяся ошибка – подсчет только видимых ребер. Ее сделали 22% учащихся. Данные результаты свидетельствуют о том, что почти четверть ребят не знакомы с простейшими свойствами столь хорошо знакомой им фигуры и не умеют читать проекционное изображение даже знакомой пространственной фигуры. С более сложным заданием на определение истинности четырех утверждений относительно сравнения свойств куба и пирамиды, изображенных на рисунке, полностью справились 23% учащихся, а истинность (ложность) трех утверждений из четырех верно определили 36%. Надо отметить, что термин «развертка» здесь был заменен на слово «заготовка». Поэтому это задание можно отнести к заданиям на проверку пространственного воображения – чтобы ответить на вопрос, учащимся надо было попытаться мысленно свернуть куб из данных им четырех заготовок, в каждой из которых было 6 квадратов.

С заданием на знание свойств поверхностей многогранников, в котором были изображены грани (развертка) некоего многогранника и требовалось выбрать соответствующий им многогранник (прямоугольный параллелепипед), справились 84% (73%) учащихся. Распознать развертку куба смогли 59% учащихся. При выполнении задания, в котором было дано проекционное изображение призмы и требовалось среди четырех данных в ответе заготовок найти ту, из которой можно сложить эту призму, справились 58% (48%) учащихся. Вполне естественно, что 24% учащихся выбрали

ответ, в котором форма граней заготовки и их количество совпадали с разверткой призмы. Однако они не смогли «подключить» пространственное воображение и мысленно свернуть из заготовки тело, чтобы понять, что расположение граней не соответствует развертке призмы.

Интересно сравнить результаты выполнения двух схожих заданий, которые не требуют специальных геометрических знаний, а требуют лишь работы пространственного воображения. В первом задании на рисунке показано, что в углу комнаты сложены коробки (кубики) в два слоя, нижний слой – в форме прямоугольника, второй – не полный, часть кубиков нижнего слоя не покрыта. Ответили на вопрос о том, из скольких кубиков сложено это сооружение, 73% учащихся, 10% подсчитали только видимые на рисунке кубики. Во втором задании кубиками заполнена коробка, имеющая форму параллелепипеда, вопрос тот же, но ответили на него уже только 40% учащихся. Разница в том, что в первом задании кубики проще домыслить, невидимых кубиков не так много, расположены они в одном слое. А во втором задании кубики расположены в 5 слоев, подсчитывать их надо уже более формально: самый наглядный способ – подсчитать кубики самого верхнего слоя (это можно сделать непосредственно – они видны), а затем умножить их количество на количество слоев. По результатам видно, что менее половины учащихся оказались к этому готовы.

Анализ содержания и результатов выполнения геометрических заданий международного теста позволяет сделать следующие выводы.

1. Геометрический материал, изучаемый в российской начальной школе, существенно меньше по сравнению с содержанием, представленным в международном тесте. Только пятая часть заданий международного теста связана с материалом, который можно отнести к российской программе. Значительная часть проверявшегося материала не находит отражения в отечественных программах и учебниках и не знакома учащимся.

Обязательный минимум содержания начального общего образования российской школы не содержит следующих вопросов, важность которых для развития учащихся признается международными экспертами: пространственные тела; измерение углов; параллельные и перпендикулярные прямые; осевая симметрия; равновеликие и равноставленные фигуры и др. В программах и учебниках не находится места формированию важных практических навыков построения и изображения геометрических фигур, развитию пространственного воображения учащихся, умению применять полученные знания и практические навыки в повседневной жизни. Все это негативно сказывается не только на формировании геометрических представлений младших школьников, но и на адекватности восприятия окружающей их действительности.

2. В целом результаты выполнения геометрических заданий выше, чем в исследовании 2003 года. Учащиеся лучше ответили как на программные, так и внепрограммные для российского курса математики вопросы, продемонстрировав некоторый рост уровня геометрической подготовки. Наблюдаемые результаты отражают факт расширения геометрического материала в начальной школе, однако не за счет расширения минимума содержания, а посредством увеличения его доли в авторской части программ, по которым разрабатывались некоторые учебные комплекты, используемые сейчас в начальной школе. Это объясняется тем, что большинство авторов новых учебников осознают его значимость для общей математической подготовки выпускников начальной школы.

3. С заданиями программного характера, представленными в традиционной форме, справились, как правило, более 75% учащихся. Это задания на распознавание плоских геометрических фигур (круг, треугольник, квадрат, прямоугольник), на знание

простейших свойств треугольника и прямоугольника, на вычисление площади и периметра прямоугольника.

4. Более 50% учащихся справляются и с заданиями внепрограммного характера, что свидетельствует о высокой информированности учащихся, значительном интеллектуальном потенциале. Кроме того, это дает основание говорить о высокой степени готовности младших школьников к изучению геометрического материала, а также заинтересованности в освоении более широкого класса геометрических объектов и фактов.

5. Значительный спектр ошибок, допущенных учащимися, свидетельствует о наличии проблем с формированием метрических отношений у учащихся начальной школы. Не все учащиеся овладевают необходимой терминологией, различают правила вычисления площади и периметра прямоугольника.

6. Анализ выполнения заданий, связанных с конструированием геометрических объектов, их изображением, построением, дает основание сделать вывод о все еще недостаточном внимании, уделяемом авторами действующих программ и учебников практическому этапу усвоения геометрического материала. Практические действия, как хорошо известно, с одной стороны, в большей степени соответствуют уровню развития мышления учащихся, а с другой, создают необходимую содержательную базу для дальнейшего изучения геометрии.

7. Исследование подтвердило невысокий уровень развития пространственных представлений и пространственного воображения российских выпускников начальной школы. Основная причина этого – отсутствие пространственных геометрических объектов в обязательном минимуме содержания начального образования. Значительная часть учащихся начальной школы не обладает элементарным геометрическим видением и не может распознать геометрические фигуры в несложных конфигурациях. Этот факт требует особого рассмотрения, т.к. в дальнейшем недостатки развития пространственных представлений и воображения негативно скажутся не только на последующем изучении геометрии, но и в целом на восприятии графических объектов и информации, представленной в графическом виде.

В заключение отметим, что необходимость создания курса наглядной геометрии, изучаемого в начальной школе, как части системы школьного геометрического образования и самостоятельного этапа в формировании системы геометрических знаний школьников, назрела уже давно, и должна быть реализована в новых стандартах математического образования в российской школе.

2.6.3. Результаты выполнения заданий по разделу «Представление данных»

Характеристика содержания заданий по разделу «Представление данных»

Ранее уже говорилось о том, что материал, изучаемый в рамках тематики блока «Представление данных», считается настолько важным, что его ставят в один ряд с двумя традиционными темами начальной школы: «Числа» и «Геометрия». В международные тесты были включены 24 задания, которые составляют около 15% от всех тестовых заданий.

Эта тема отсутствует в действующем стандарте начального общего образования 2004 г., но включена в проект стандарта второго поколения, который разрабатывается в настоящее время. Результаты, которые показали российские четвероклассники, дают возможность оценить, насколько успешно воспринимают материал новой для них темы учащиеся российской начальной школы.

Блок «Представление данных» включает две темы: «Чтение и интерпретация таблиц и диаграмм», «Организация и представление данных». Ниже приведены требования к подготовке учащихся по освоению этих тем.

Чтение и интерпретация таблиц и диаграмм:

- уметь читать данные, представленные в таблице, на пиктограмме, столбчатой и круговой диаграммах;
- уметь сравнивать связанную между собой информацию (например, результаты опроса учащихся нескольких классов относительно любимых сортов мороженого представлены на столбчатых диаграммах и надо выделить класс, в котором примерно половине учащихся нравится мороженое с шоколадной добавкой);
- использовать представленную информацию для ответа на такие вопросы, которые выходят за рамки только непосредственного чтения представленных данных (например, требуется объединить представленные данные, выполнить вычисления, сделать выводы или прогнозы).

Организация и представление данных:

- уметь сравнить и выявить различие между разными формами представления одних и тех же данных;
- организовать и представить данные в форме таблицы, пиктограммы и столбчатой диаграммы.

Таким образом, на международном уровне считается, что в 4 классе учащиеся должны уметь читать различные по содержанию и характеру данные. Они должны уметь собирать данные, используя простые планы сбора, или работать с данными, собранными другими. Они должны уметь представлять данные, воспроизводя различные формы представления, включающие несложные таблицы и столбчатые диаграммы.

Проверочные задания включают два блока заданий, в которых используются либо таблицы, либо диаграммы.

В тесты были включены задания на чтение (составление) таблиц, сбор и представление информации, понимание условных обозначений, используемых в статистике (+, – или / – это 1 объект или наблюдение; ### – это 5 объектов или наблюдений), для фиксирования результатов наблюдений. При их выполнении требовалось: прочесть информацию, представленную в частотной таблице, построить частотную таблицу на основе готовых данных; прочесть или построить столбчатую, линейную диаграмму; прочесть круговую диаграмму; прочесть или сравнить одни и те же данные, представленные в различной форме (например, таблицы и диаграммы), сделать соответствующие выводы на основе имеющихся данных.

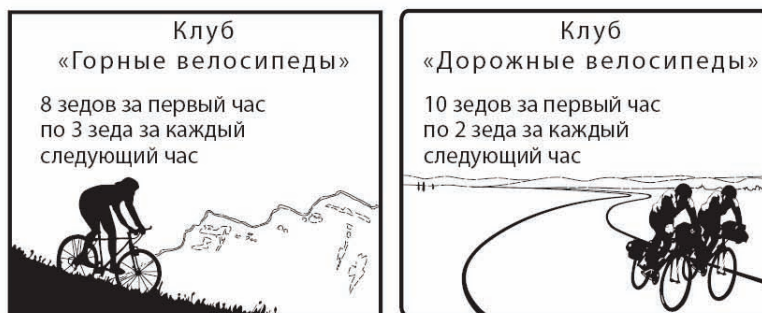
Умение работать с таблицей проверялось с помощью заданий, в которых для ответа на вопросы нужно было найти непосредственную информацию, представленную в конкретной клетке таблицы, строке или столбце несложной таблицы. Например, в двух столбцах таблицы были указаны имена нескольких ребят и количество саженцев, посаженных каждым из них, и нужно было ответить на вопрос о том, сколько посадил конкретный ученик или сколько ребят посадили более 6 саженцев.

В более сложных заданиях от учащихся требовалось выйти за рамки только непосредственного чтения представленных данных, например, необходимо было сравнить представленные данные, выполнить вычисления, сделать выводы или прогнозы (см. пример 39).

Данное задание справедливо отнесено к заданиям повышенного уровня. Для разрешения проблемы, представленной в рамках жизненной ситуации, требуется самостоятельно установить несложные правила составления двух числовых последовательностей и продолжить их составление до шестого часа проката. Затем интерпретировать эти данные для получения выводов о том, при скольких часах проката стоимость в двух клубах будет одинаковой и в каком клубе прокат дешевле.

Пример 39 (А. 63%, 46%; В. 50%, 39%; С. 66%, 54%)

Ниже приведены плакаты спортивных клубов, которые дают напрокат велосипеды.



А. Используйте сведения, которые даны на плакатах, для заполнения таблиц.

Клуб «Горные велосипеды»		Клуб «Дорожные велосипеды»	
Количество часов	Стоимость (зеда)	Количество часов	Стоимость (зеда)
1	8	1	10
2	11	2	12
3		3	
4		4	
5		5	
6		6	

В. Для какого количества часов стоимость проката одинаковая в обоих клубах?

Ответ: _____

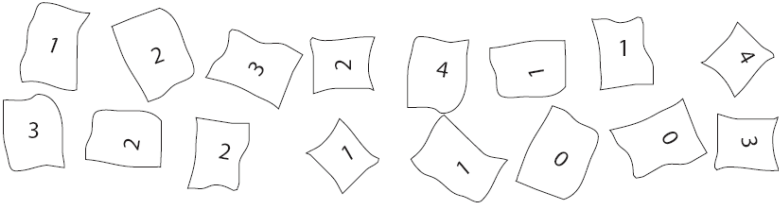
С. В каком клубе дешевле взять велосипед напрокат на 12 часов?

- (А) В клубе «Горные велосипеды»
- (В) В клубе «Дорожные велосипеды»
- (С) Одинаковая стоимость в обоих клубах
- (D) Невозможно определить

Проверка умения заполнять готовую таблицу, используя готовые данные, проверяется несколькими заданиями, представление о которых позволяет составить следующее задание (см. пример 40).

В этом задании требовалось заполнить готовую таблицу, пользуясь условными обозначениями, которые применяются в статистике. Для этого надо иметь некоторые теоретические знания, которыми не владеют российские учащиеся. Проверяемое умение является очень важным, так как оно применяется при фиксировании результатов наблюдений при проведении различных опытов или наблюдениях за различными явлениями и процессами.

Пример 40 (43%, 25%)



Юля попросила своих одноклассников записать на листочке, сколько у каждого из них братьев и сестёр. Она собрала их записи и начала составлять следующую таблицу. Напротив цифры 0 она поставила две палочки.

Закончи Юлину таблицу.

Число братьев и сестёр	Число листочков
0	//
1	
2	
3	
4	

В международном тесте проверялось также умение заполнять таблицы данными, полученными на основе классификации нескольких объектов (ребят) по двум признакам (по полу и по наличию у них на голове шапки) (см. пример 41).

Пример 41 (74%, 79%)

В парке гуляли 5 ребят. Некоторые из них были в шапках, некоторые – без шапок.

Девочки	Мальчики
Маша была в шапке	Пётр был в шапке
Марта была без шапки	Виктор был без шапки
Мила была без шапки	

В таблице запиши число мальчиков и девочек, которые были в шапках и без шапок.

	В шапках	Без шапок
Число мальчиков		
Число девочек		

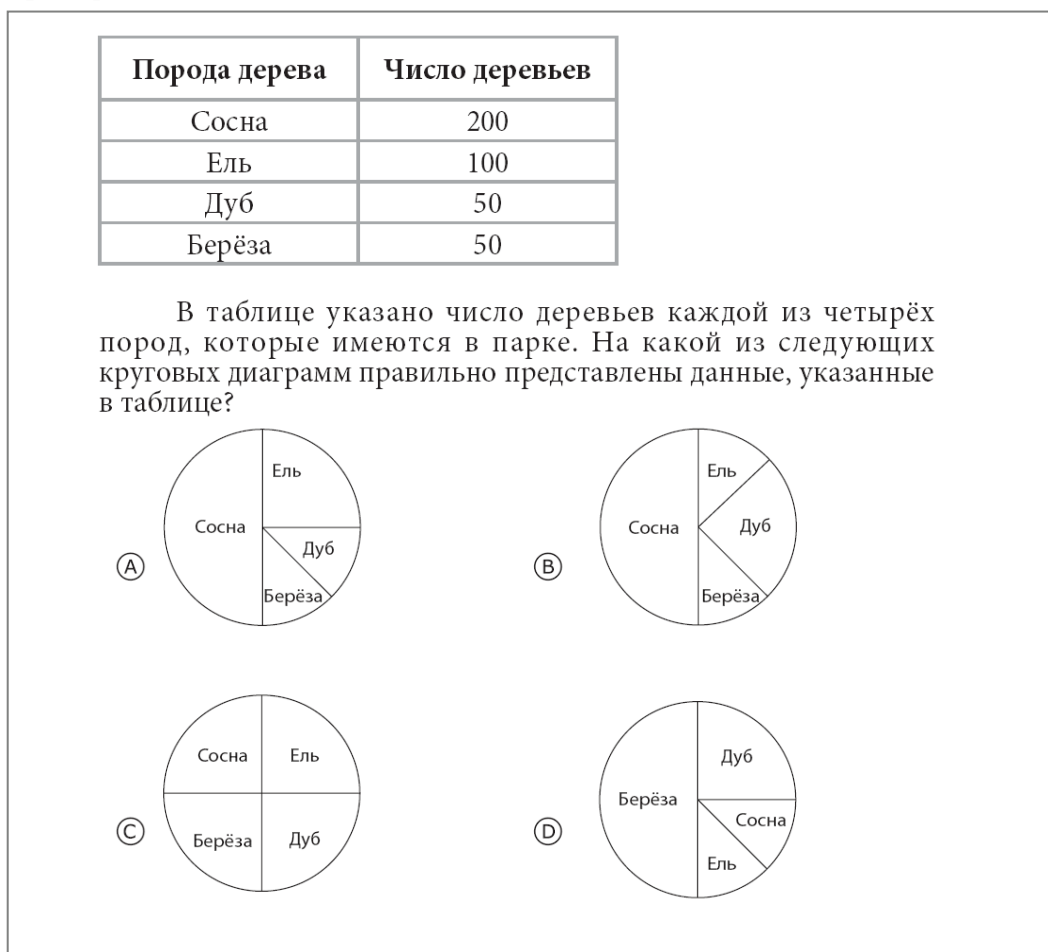
Также было предложено несколько стандартных заданий на непосредственное чтение и интерпретацию столбчатых диаграмм, в которых столбцы располагаются вертикально или горизонтально (см. пример 12 в Приложении 2). В более простых заданиях требовалось, используя масштаб на вертикальной оси, определить, какая

величина представлена тем или иным столбцом диаграммы, указать наибольшее (наименьшее) значение или сравнить величины, представленные на одной и той же диаграмме двумя или более столбцами. В некоторых заданиях для ответа на вопрос требовалось сравнить величину столбцов на нескольких диаграммах (например, столбцов на трех диаграммах, где было представлено число учащихся в каждом из трех классов, которым нравится зеленый цвет). Ситуации, которые были предложены в этих заданиях, являются аналогами ситуаций, характерных для повседневной жизни.

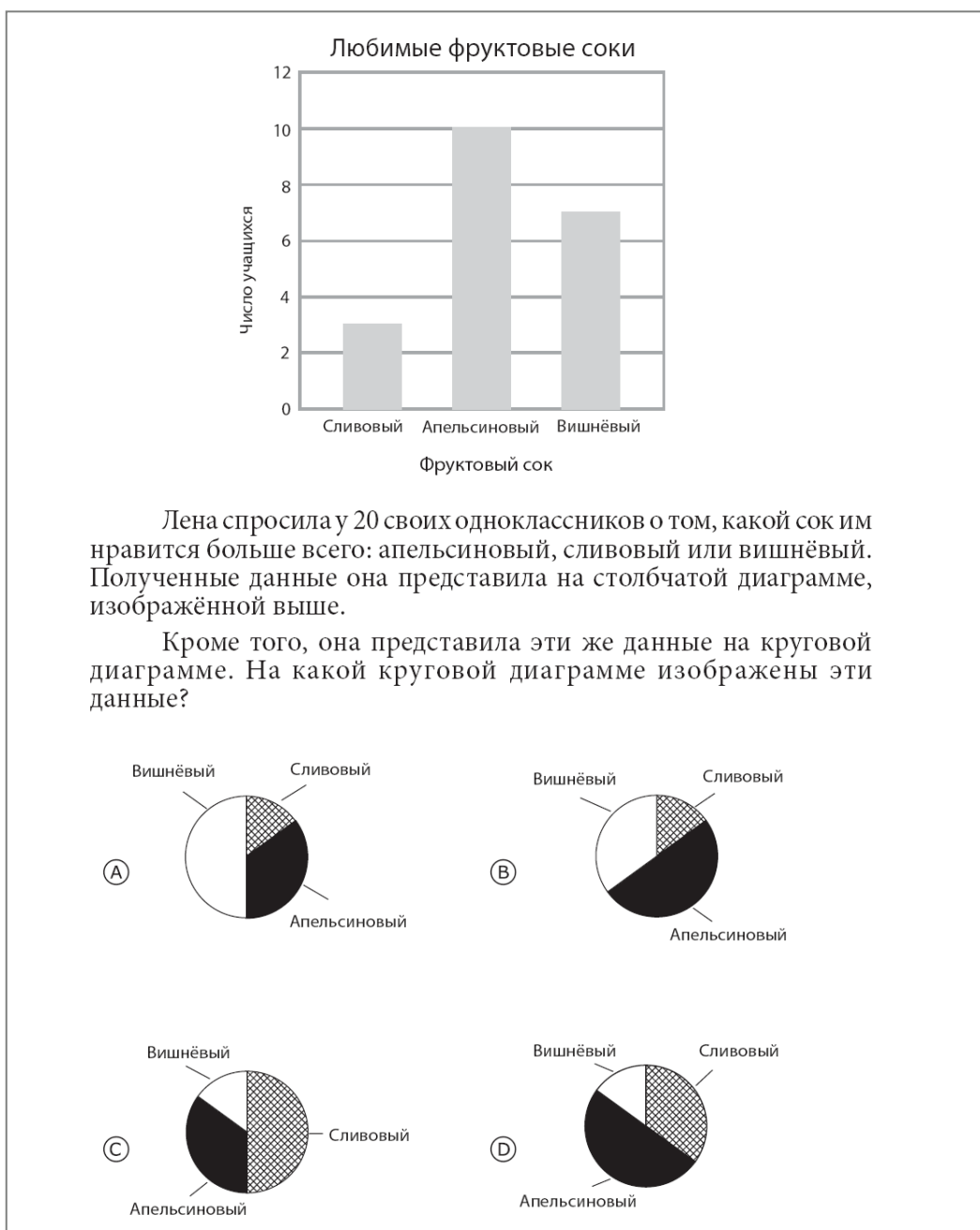
В работу были также включены задания, которые проверяли умение распознать одну и ту же информацию, представленную в разной форме: таблицы и столбчатой или круговой диаграммы (см. пример 42), круговой и столбчатой диаграмм (см. пример 43).

Отметим, что для выполнения некоторых заданий этой группы достаточно здравого смысла, но для чтения круговых диаграмм надо не только иметь представление о том, что бóльшие площади секторов соответствуют бóльшим значениям указанных величин, но и упорядочить несколько величин по возрастанию значения (см. пример 42), сравнив площади соответствующих секторов.

Пример 42 (80%, 67%)



Пример 43 (77%, 64%)



Результаты выполнения заданий по разделу «Представление данных»

Учащиеся успешно справились с заданиями, в которых для ответа на вопросы нужно было найти информацию, представленную в конкретной клетке, строке или столбце несложной таблицы. Хорошие результаты показаны и в более сложных заданиях, где требовалось выйти за рамки только непосредственного чтения представленных данных, например, выполнить вычисления, сделать выводы или прогнозы (см. пример 39).

Хорошие результаты показаны в несложных заданиях, проверяющих умение заполнить готовую таблицу имеющимися данными, когда для выполнения не требуются специальные знания и достаточно здравого смысла. Результаты ниже (43% – 2007 г., 25% – 2003 г.), в тех случаях, где требуется заполнить готовую таблицу, пользуясь условными обозначениями, которые применяются в статистике (см. пример

40). Здесь нужны некоторые теоретические знания, которые не включены в программу российской школы. Поэтому неудивительно, что с заданием справились менее половины учащихся.

С двумя заданиями на чтение несложных пиктограмм, в которых для представления нескольких объектов использовались условные знаки или предметы (например, яблоко обозначает 10 объектов), выполнены большинством учащихся (66%). Очевидно, что работа с такой формой представления информации, которая нередко используется в печати, доступна российским школьникам.

Было предложено также несколько стандартных заданий на непосредственное чтение и интерпретацию столбчатых диаграмм, в которых столбцы располагаются вертикально или горизонтально. Наибольшую трудность вызвал тот случай, когда масштаб на оси был представлен не в привычных единицах (например, 0, 4, 8, 12,...), и нужно было самим сообразить, какие единицы измерения должны стоять между этими числами. Однако в целом российские учащиеся показали хорошие результаты. С задачами на чтение и интерпретацию столбчатых диаграмм справились 60%-88% четвероклассников. Даже на самое сложное задание ответила половина учащихся.

Кроме столбчатых диаграмм учащимся были предложены и круговые диаграммы. При выполнении этих заданий требовалось провести качественное сравнение величины секторов, на которые была разделена данная диаграмма (распознать, какой сектор по площади больше или меньше других). Для этого было достаточно здравого смысла, поэтому неудивительно, что с ним справились более 85% учащихся.

Рассмотрим оставшиеся две группы заданий. В первую входят задания, в которых данные, представленные в таблице, требовалось изобразить на недостроенной столбчатой диаграмме. С заданиями указанной тематики справились от 59% до 84% учащихся.

Вторая группа включала задания, проверяющие внепрограммное умение распознать одну и ту же информацию, представленную в форме таблицы и столбчатой или круговой диаграммы (см. пример 42), круговой и столбчатой диаграмм (см. пример 43). Несмотря на то, что подобных заданий нет в действующих комплектах учебников для начальной школы, большинство учащихся успешно с ними справились – 77%-87%.

Анализ результатов выполнения заданий по разделу «Представление данных» приводит к следующим выводам.

1. С большинством заданий по работе с данными, представленными в форме различных таблиц и диаграмм, справились от 60% до 87% российских четвероклассников. Результаты ниже (около 40%-50%) показаны при выполнении тех заданий, в которых требовалось применить знание материала, который не включен в действующую программу (числовые и знаковые последовательности, доли, дроби), или которые оказались объективно сложны для многих учащихся данного возраста (см. Приложение 2, пример 10).

2. Сравнение результатов выполнения 8 заданий, которые предлагались в 2003 и в 2007 годах, показало, что для большинства заданий результаты в 2007 г. стали выше на 8%-20%. Только с одним заданием справились в 2007 г. на 5% меньше учащихся. Эти данные позволяют сделать вывод о положительной тенденции в овладении умением работать с данными у российских учащихся, хотя проверяемый материал не включен в действующую программу.

3. Повышению в 2007 г. результатов выполнения заданий по работе с данными, возможно, способствовали следующие факторы: появление в ряде учебных комплектов по математике и по другим предметам соответствующих заданий, связанных с чтением и построением разнообразных таблиц и диаграмм; переход на четырехлетнюю начальную школу.

В заключение отметим, что повышение результатов выполнения одних и тех же заданий по работе с данными в 2007 году по сравнению с результатами 2003 года, а также достаточно высокие результаты выполнения новых заданий в 2007 году показывают, что этот важный для функционирования в повседневной жизни материал доступен учащимся российской начальной школы. Это подтверждает целесообразность его включения в стандарт второго поколения для выпускников начальной школы.

2.7. Основные выводы

I. Анализ содержания математической части международного теста TIMSS-2007 и результатов российских **восьмиклассников** позволил сделать следующие выводы.

1. Программа российской основной школы обеспечивает учащихся знаниями и умениями, необходимыми для выполнения международных тестов в исследовании TIMSS. Однако международный тест не затрагивает всех ключевых вопросов курсов геометрии и алгебры основной школы, изученных учащимися к моменту его проведения. Таким образом, результаты тестирования не дают возможности составить полное представление о подготовке российских восьмиклассников, хотя позволяют ее оценить с точки зрения приоритетов, принятых в исследовании.

Существенно отличаются приоритеты в области математического образования в России и других странах. В российской основной школе акцент делается на академическую направленность математической подготовки и обращается недостаточное внимание на практическую сторону, а на международном уровне уделяется гораздо меньше внимания академической стороне, а акцент делается на практическую направленность. При изучении курса геометрии зарубежная школа делает акцент на развитие пространственных представлений и воображения учащихся, изучение геометрических свойств окружающего мира, а российская школа – на развитие логического мышления учащихся, умения аргументировать свои суждения и фиксировать их на бумаге.

Результаты проведенного исследования показали, что этот более формальный подход при изучении математики приводит к тому, что российские учащиеся явно недостаточно овладевают знаниями и навыками, необходимыми для успешного функционирования в современном мире. Очевидно, что при разработке стандартов второго поколения нужно найти разумный баланс между российскими и международными требованиями к математической подготовке выпускников основной школы.

2. Российские восьмиклассники показывают хорошие результаты при выполнении заданий по алгебре и геометрии по вопросам, традиционным для российской основной школы. В то же время невысоки результаты при выполнении заданий, составленных на материале курса математики 5-6 классов российской школы, в рамках которого формируются знания, имеющие широкое применение в повседневной жизни. Это связано с тем, что отсутствует преемственность между курсами математики 7-9 классов и 5-6 классов, и соответствующие знания не только не развиваются, но и не актуализируются.

Российские восьмиклассники показывают нестабильные результаты (разброс по заданиям от 18% до 92%) в овладении одним из приоритетных для мирового педагогического сообщества умений – умением решать задачи. Результаты высокие при решении «простых» задач в одно действие и невысокие – в тех случаях, когда требуется выявить закономерности в числовых последовательностях, установить нетривиальную зависимость между данными величинами, найти промежуточные данные для ответа на

поставленный вопрос, применить арифметический способ решения, иметь дело с отношениями величин и пропорциями, а также применить полученные знания при решении задач, в которых представлена ситуация, близкая к реальной. Эти недочеты являются следствием того, что материал, связанный с выявлением закономерностей, не включен в программу основной школы, а обучение решению задач фактически завершается в 5-6 классах, а в курсе алгебры не поддерживается систематическим повторением и решением задач практического содержания. Разделяя международные приоритеты, считаем, что при разработке стандартов второго поколения следует учесть указанные недочеты подготовки учащихся по курсу алгебры основной школы.

Невысоки в целом результаты выполнения заданий, составленных на материале новой для российской школы темы «Вероятность. Статистика». Восьмиклассники успешно справляются только с самыми простыми заданиями, хотя программа российской основной школы обеспечивает возможность выполнения подавляющего большинства заданий международных тестов по этой теме. Изучение опыта российской школы по преподаванию темы «Вероятность. Статистика» позволяет высказать обоснованное предположение о том, что учителя, видимо, еще не приобрели опыта преподавания, а учащиеся – опыта применения материала, изученного в рамках этой темы. Скорее всего, это объясняется тем, что обязательное изучение этой темы рекомендовано Министерством образования и науки, начиная с 2004 г., и не контролируется на государственном уровне.

3. С позиций международных требований к математической подготовке восьмиклассников результаты значимо выше не только российских, но и всех стран-участниц показали в 2007 г. учащиеся 5 стран (Республики Корея, Сингапур, Гонконг, Японии и Тайвань). Эти же страны при участии на предыдущих этапах исследования (1995, 1999, 2003 гг.) также показали результаты выше остальных стран.

Среди 49 стран Россия и еще 5 стран (Англия, Венгрия, Литва, США и Чешская Республика), результаты которых в целом не отличаются от российских, занимают с 6 по 11 места. Результаты остальных 38 стран существенно ниже российских.

Самый высокий уровень математической подготовки в 2007 г. показали 8% российских восьмиклассников. В лидирующих странах (Республика Корея, Сингапур, Гонконг, Япония, Тайвань) таких учащихся намного больше – 26%-45%, а в группе стран, результаты которых в целом не отличаются от российских (Венгрия, Англия, США, Литва и Чешская Республика), – примерно столько же, сколько и в России – 6%-10%.

В 2003 и 2007 гг. наблюдается явное снижение по сравнению с 1995 и 1999 гг. числа российских учащихся, достигших двух более высоких уровней (продвинутого и высокого) математической подготовки (1995 – 39%, 1999 – 38%, 2003 – 30%, 2007 – 32%).

Обращает на себя внимание увеличивающийся процент российских восьмиклассников (от 27% до 36%), которые на четырех этапах исследования продемонстрировали низкий или даже ниже низкого уровень математической подготовки. Причем программа российской основной школы обеспечивает возможность выполнения восьмиклассниками подавляющего большинства заданий, включенных в международные тесты, хотя некоторые проверявшиеся вопросы содержания изучаются в 9 классе.

II. Анализ содержания математической части международного теста TIMSS-2007 и результатов российских **четвероклассников** позволил сделать следующие выводы.

1. Программа российской начальной школы обеспечивает выполнение менее половины заданий международных тестов в исследовании TIMSS-2007, остальные задания составлены на внепрограммном материале. Обязательный минимум

содержания российского начального общего образования не содержит ряд вопросов (например, последовательности, элементы описательной статистики, пространственные фигуры), важность которых для развития учащихся признается на международном уровне.

Российские приоритеты в области содержания математического образования в начальной школе существенно отличаются от принятых на международном уровне. Так, при оценке учебных достижений учащихся 4 класса в международном тестировании проверке овладения материалом тем «Геометрия» и «Работа с данными» уделяется половина времени, отведенного на тестирование учащихся. В то же время в российской школе изучается очень небольшой объем геометрического материала, а тема «Работа с данными», в рамках которой формируется важнейшее умение работать с информацией, представленной в различной форме, вообще не включена в программу.

2. С позиций международных требований к математической подготовке учащихся 4 класса в 2007 г. показали результаты значительно выше не только российских, но и всех остальных стран четвероклассники тех же четырех стран (Сингапур, Гонконг, Япония и Тайвань), что и среди восьмиклассников. Среди 36 стран-участниц Россия и еще четыре страны (Казахстан, Англия, Латвия, Нидерланды), результаты которых в целом не отличаются от российских, занимают достаточно престижные места (с 5 по 9). Результаты остальных стран существенно ниже российских.

Самый высокий – продвинутый – уровень математической подготовки показали 16% учащихся российской начальной школы. В лидирующих странах (Гонконг, Сингапур, Тайвань, Япония) таких учащихся явно больше – 23%-41%. В группе стран, результаты которых не отличаются от результатов России (Казахстан, Англия, Латвия, Нидерланды), примерно столько же, сколько в России – 7%-19%. В лидирующих странах математическая подготовка четвероклассников в целом не только выше, но и более однородная, чем в следующей за ними группе стран, включая и Россию.

По сравнению с результатами, показанными в 2003 году, не произошло существенных изменений в математической подготовке четвероклассников, хотя наблюдается некоторое увеличение (на 7%) числа четвероклассников, достигших двух более высоких уровней подготовки.

3. Учащиеся продемонстрировали достаточно высокие результаты изучения отдельных вопросов арифметики и геометрии. С заданиями программного характера, представленными в традиционной форме, справились от 75% до 96% учащихся. Выявившиеся при этом недочеты подготовки учащихся достаточно подробно представлены в соответствующих разделах отчета.

Четвероклассники показали хороший уровень выполнения отдельных заданий, выходящих за рамки программы (от 50% до 80%). Значительная часть этих заданий была представлена в непривычной для четвероклассников текстовой форме, которая часто сопровождалась рисунком, схемой, таблицей, в форме игры с описанием ее правил. Однако почти все дети (кроме 2%-6%) приступали к их решению и в зависимости от сложности задания с большей или меньшей успешностью справлялись с ними, опираясь на здравый смысл, на знания из окружающего мира. Это говорит об активной познавательной деятельности, высокой информированности и значительном интеллектуальном потенциале выпускников российской начальной школы.

4. Материалы данного тестирования, как и ранее проводимых международных исследований, подтверждают целесообразность и возможность включения в содержание математической подготовки учащихся начальной школы ряда вопросов, которые не входят в действующий стандарт начального математического образования или которым не уделяется соответствующее внимание (например, доли, числовые и

знаковые последовательности; округление и прикидка результатов вычислений; интенсивное развитие пространственных представлений и воображения, практическая работа с геометрическими объектами (конструирование геометрических объектов, изображение, построение)). Очевидно, что содержание и результаты международного тестирования выпускников российской начальной школы целесообразно учитывать при разработке стандарта начального математического образования второго поколения.

Особо следует обратить внимание на раздел «Работа с данными», который, в отличие от большинства других стран, не включен в программу российской начальной школы. Достаточно высокие результаты выполнения многих заданий в 2007 г. показывают, что этот важный для функционирования в повседневной жизни материал доступен учащимся российской начальной школы. Это подтверждает целесообразность его включения в стандарт второго поколения для выпускников начальной школы.

В заключение отметим, что результаты российских восьмиклассников, продемонстрированные на четырех этапах исследования, показывают, что вместе с несколькими странами, следующими непосредственно за группой лидирующих стран, Россия занимает достаточно высокую и прочную позицию. В то же время по отношению к собственным результатам – средним баллам (1995 г. – 524, 1999 г. – 526, 2003 г. – 508, 2007 г. – 512) явно выявляется снижение успешности восьмиклассников к 2003 году и не наблюдается значимого повышения успешности к 2007 году.

Ряд стран (Венгрия, Литва, Чешская Республика, США), результаты которых в 4 классе были ниже российских, к 8 классу демонстрируют явный прогресс и показывают результаты не ниже российских. В то же время результаты российских восьмиклассников существенно ниже (2003 г. – 508 баллов, 2007 г. – 512 баллов) результатов, показанных российскими четвероклассниками (2003 г. – 532 балла, 2007 г. – 544 балла). Таким образом, достижения начальной школы теряются в российской основной школе.

Результаты, показанные странами-участницами на четырех этапах исследования, убедительно показывают, что лидируют фактически четвероклассники и восьмиклассники одних и тех же стран (Тайвань, Республика Корея, Сингапур, Гонконг, Япония). Сравнение России с этими странами показывает, что значительный интерес для совершенствования образования в России представляет изучение опыта работы японской школы.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Примеры заданий, соответствующих различным уровням учебных достижений учащихся 8 и 4 классов по математике

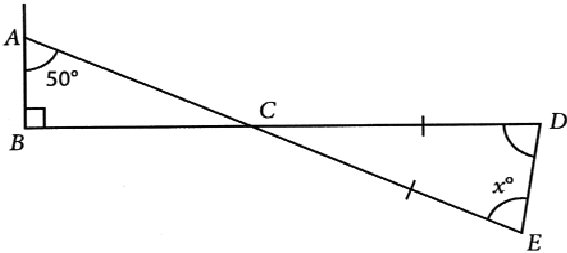
ПРИМЕР 1. Задание, иллюстрирующее продвинутый уровень достижений учащихся 8 классов по математике

Алгебра	Страна	Процент верных ответов
<p>Игорь знает, что ручка стоит на 1 зед больше, чем карандаш. Ему известно, что его друг купил 2 ручки и 3 карандаша за 17 зедов. Сколько зедов потребуется Игорю для покупки 1 ручки и 2 карандашей?</p> <p>Запишите свое решение.</p> <p>Карандаш : x зег. Ручка : $y = x + 1$ зег. $2y + 3x = 17$ $2(x+1) + 3x = 17$ $2x + 2 + 3x = 17 \quad / -2$ $5x = 15$ $x = 15 : 5$ $x = 3$ зег - 1 карандаш $y = x + 1 = 3 + 1 = 4$ зег - 1 ручка $x + 2y = 4 + 2 \cdot 3 = 4 + 6 = 10$ 1 ручка и 2 карандаша стоят 10 зег</p> <p>В качестве примера приведен ответ, принимаемый как полностью верный</p>	Тайвань	68 (2,3)
	Республика Корея	68 (2,1)
	Сингапур	59 (1,9)
	Гонконг	53 (2,8)
	Япония	42 (1,9)
	США	37 (2,0)
	Австралия	36 (2,6)
	Англия	34 (2,5)
	Швеция	34 (1,8)
	Словения	30 (2,0)
	Шотландия	29 (1,9)
	Чешская Республика	25 (2,1)
	Венгрия	24 (2,2)
	Израиль	24 (2,5)
	Мальта	21 (1,6)
	Армения	21 (2,6)
	Италия	19 (1,9)
	Российская Федерация	19 (1,6)
	Норвегия	18 (1,7)
	Турция	18 (2,0)
	Сред. Международное	18 (0,2)
	Болгария	17 (1,8)
	Литва	15 (1,7)
	Сербия	15 (1,7)
	Румыния	14 (1,8)
	Малайзия	14 (1,7)
	Таиланд	13 (1,4)
	Кипр	11 (1,4)
	Украина	11 (1,2)
	Колумбия	9 (1,0)
	Грузия	8 (1,8)
	Индонезия	8 (1,3)
	Босния и Герцеговина	8 (1,4)
	Тунис	6 (0,9)
	Ливан	5 (1,1)
	Иордания	5 (1,0)
	Оман	4 (0,8)
	Бахрейн	4 (0,8)
	Иран	3 (0,8)
	Саудовская Аравия	3 (0,8)
	Сирия	3 (0,7)
	Сальвадор	2 (0,4)
	Алжир	2 (0,6)
	Египет	2 (0,5)
	Кувейт	2 (0,6)
	Ботсвана	2 (0,5)
	Катар	2 (0,4)
	Гана	1 (0,5)
	Палестина	1 (0,7)
	Марокко	2 (1,3)

Источник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007

Средний процент выполнения статистически значимо **выше** среднего международного процента выполнения
Средний процент выполнения статистически значимо **ниже** среднего международного процента выполнения

ПРИМЕР 2. Задание, иллюстрирующее продвинутый уровень достижений учащихся 8 классов по математике

Геометрия	Страна	Процент верных ответов
 <p>На чертеже $CD = CE$. Чему равно значение x?</p> <p> <input type="radio"/> (A) 40 <input type="radio"/> (B) 50 <input type="radio"/> (C) 60 <input checked="" type="radio"/> (D) 70 </p>	Сингапур	75 (1,7) <input checked="" type="radio"/>
	Тайвань	73 (2,2) <input checked="" type="radio"/>
	Республика Корея	73 (1,8) <input checked="" type="radio"/>
	Япония	71 (1,9) <input checked="" type="radio"/>
	Гонконг	69 (2,8) <input checked="" type="radio"/>
	Армения	50 (2,7) <input checked="" type="radio"/>
	Англия	42 (2,8) <input checked="" type="radio"/>
	Мальта	40 (1,7) <input checked="" type="radio"/>
	Ливан	40 (3,0) <input checked="" type="radio"/>
	Венгрия	38 (2,6) <input checked="" type="radio"/>
	Болгария	36 (2,6)
	Таиланд	36 (2,1)
	Малайзия	36 (2,7)
	Литва	35 (2,1)
	Норвегия	34 (2,3)
	Российская Федерация	34 (2,3)
	Израиль	33 (2,4)
	Турция	32 (2,1)
	Сред. Международное	32 (0,3)
	Австралия	32 (2,8)
	Италия	31 (2,3)
	Швеция	31 (2,0)
	Шотландия	31 (2,0)
	Сербия	30 (2,2)
	Иордания	29 (2,0)
	Тунис	28 (2,2)
	Египет	28 (2,2)
	Украина	28 (2,0) <input type="radio"/>
	Кипр	28 (2,0) <input type="radio"/>
	Чешская Республика	27 (1,7) <input type="radio"/>
	США	26 (1,4) <input type="radio"/>
	Словения	25 (2,4) <input type="radio"/>
	Грузия	25 (2,9) <input type="radio"/>
	Румыния	24 (2,4) <input type="radio"/>
	Алжир	23 (1,7) <input type="radio"/>
	Босния и Герцеговина	22 (1,8) <input type="radio"/>
	Иран	21 (2,1) <input type="radio"/>
	Индонезия	19 (2,0) <input type="radio"/>
	Оман	19 (1,7) <input type="radio"/>
	Саудовская Аравия	18 (1,9) <input type="radio"/>
	Палестина	18 (1,6) <input type="radio"/>
	Кувейт	17 (1,5) <input type="radio"/>
	Бахрейн	17 (1,4) <input type="radio"/>
	Катар	17 (1,2) <input type="radio"/>
	Колумбия	17 (1,4) <input type="radio"/>
	Сальвадор	16 (1,5) <input type="radio"/>
	Сирия	16 (1,8) <input type="radio"/>
	Ботсвана	15 (1,5) <input type="radio"/>
	Гана	14 (1,5) <input type="radio"/>
	Марокко	19 (1,7) <input type="radio"/>

Источник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007

Средний процент выполнения статистически значимо **выше** среднего международного процента выполнения ☒
 Средний процент выполнения статистически значимо **ниже** среднего международного процента выполнения ☐

ПРИМЕР 3. Задание, иллюстрирующее высокий уровень достижений учащихся 8 классов по математике

Алгебра	Страна	Процент верных ответов
<p>В Зедландии стоимость пересылки товара выражается уравнением $y = 4x + 30$, где x – масса товара в граммах и y – стоимость пересылки в зедах. Если у вас имеется 150 зедов, то сколько граммов товара вы можете переслать на эти деньги?</p> <p>Ⓐ 630 Ⓑ 150 Ⓒ 120 Ⓓ 30</p>	Тайвань	75 (2,0) ⬆
	Республика Корея	71 (1,8) ⬆
	Гонконг	67 (2,9) ⬆
	Япония	65 (2,1) ⬆
	Армения	63 (2,7) ⬆
	Сербия	57 (2,9) ⬆
	США	57 (2,2) ⬆
	Сингапур	56 (1,7) ⬆
	Российская Федерация	53 (3,1) ⬆
	Литва	50 (2,5) ⬆
	Болгария	47 (2,4) ⬆
	Румыния	44 (2,8) ⬆
	Мальта	41 (1,7) ⬆
	Украина	39 (2,5) ⬆
	Венгрия	39 (2,2) ⬆
	Чешская Республика	39 (2,5) ⬆
	Англия	39 (2,8)
	Босния и Герцеговина	37 (2,6)
	Словения	36 (2,2)
	Иордания	35 (2,5)
	Турция	35 (2,1)
	Кипр	35 (1,9)
	Ливан	34 (2,6)
	Сред. Международное	34 (0,3)
	Израиль	32 (2,5)
	Гана	26 (1,9) ⬇
	Шотландия	26 (2,4) ⬇
	Австралия	26 (2,0) ⬇
	Индонезия	26 (1,9) ⬇
	Таиланд	26 (2,3) ⬇
	Бахрейн	25 (2,0) ⬇
	Грузия	25 (2,7) ⬇
	Италия	24 (2,0) ⬇
	Малайзия	24 (2,1) ⬇
	Египет	24 (1,9) ⬇
	Ботсвана	23 (1,7) ⬇
	Швеция	23 (1,5) ⬇
	Оман	23 (2,1) ⬇
	Иран	21 (2,2) ⬇
	Сирия	19 (1,9) ⬇
	Колумбия	19 (1,5) ⬇
	Тунис	19 (1,8) ⬇
	Сальвадор	17 (1,7) ⬇
	Палестина	16 (1,8) ⬇
	Алжир	16 (1,4) ⬇
	Кувейт	15 (1,5) ⬇
	Саудовская Аравия	14 (1,9) ⬇
	Катар	12 (1,1) ⬇
	Норвегия	10 (1,1) ⬇
	Марокко	15 (2,9) ⬇

Источник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007

Средний процент выполнения статистически значимо **выше** среднего международного процента выполнения ⬆
Средний процент выполнения статистически значимо **ниже** среднего международного процента выполнения ⬇

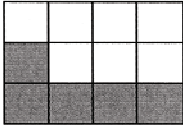
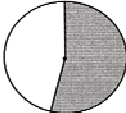
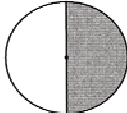
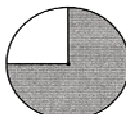
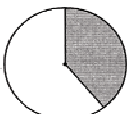

ПРИМЕР 4. Задание, иллюстрирующее высокий уровень достижений учащихся 8 классов по математике

Данные и шансы	Страна	Процент верных ответов
<p>Результаты опроса 200 учащихся представлены на круговой диаграмме.</p> <p>Популярность рок-групп</p> <p>«Грозные ребята» 30% «Красный перец» 25% «Холодные сердца» 45%</p> <p>Используя данные круговой диаграммы, постройте столбчатую диаграмму, показывающую число учащихся, предпочитающих каждую из этих рок-групп.</p> <p>Популярность рок-групп</p> <p>Число учащихся</p> <p>«Красный перец» «Холодные сердца» «Грозные ребята»</p> <p>В качестве примера приведен ответ, принимаемый как полностью верный</p>	Республика Корея	76 (2,0) ●
	Сингапур	75 (1,7) ●
	Тайвань	70 (2,1) ●
	Япония	68 (1,8) ●
	Гонконг	66 (2,6) ●
	Швеция	56 (2,2) ●
	Литва	51 (2,4) ●
	Венгрия	48 (2,6) ●
	Чешская Республика	45 (2,4) ●
	Англия	45 (2,7) ●
	Словения	44 (2,5) ●
	Норвегия	41 (2,1) ●
	США	40 (1,9) ●
	Мальта	40 (1,9) ●
	Австралия	38 (2,7) ●
	Шотландия	38 (2,3) ●
	Российская Федерация	35 (2,5) ●
	Малайзия	35 (2,4) ●
	Кипр	33 (2,3) ●
	Израиль	31 (2,4) ●
	Румыния	29 (2,7) ●
	Сред. международное	27 (0,3) ●
	Сербия	27 (2,8) ●
	Италия	27 (1,9) ●
	Таиланд	26 (2,2) ●
	Украина	24 (2,2) ●
	Болгария	23 (2,5) ●
	Иордания	22 (2,0) ▼
	Турция	17 (1,7) ▼
	Ливан	15 (2,0) ▼
	Грузия	15 (2,6) ▼
	Индонезия	14 (1,3) ▼
	Босния и Герцеговина	13 (2,0) ▼
	Армения	12 (1,8) ▼
	Иран	11 (1,5) ▼
	Колумбия	10 (1,8) ▼
	Египет	10 (1,3) ▼
	Бахрейн	9 (1,2) ▼
	Тунис	8 (1,1) ▼
	Палестина	8 (1,3) ▼
	Ботсвана	7 (0,9) ▼
	Сирия	7 (1,1) ▼
	Оман	6 (1,0) ▼
	Сальвадор	4 (0,8) ▼
	Катар	4 (0,6) ▼
	Саудовская Аравия	3 (0,9) ▼
	Алжир	3 (0,8) ▼
	Кувейт	3 (0,8) ▼
	Гана	2 (0,6) ▼
	Марокко	9 (1,9) ▼

Источник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007

Средний процент выполнения статистически значимо **выше** среднего международного процента выполнения ●
Средний процент выполнения статистически значимо **ниже** среднего международного процента выполнения ▼

ПРИМЕР 5. Задание, иллюстрирующее средний уровень достижений учащихся 8 классов по математике

Числа	Стран	Процент верных ответов
<div style="text-align: center;">  <p>На каком круге заштрихована примерно такая же часть площади, как у прямоугольника?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>(A)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>(B)</p>  </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>(C)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>(D)</p>  </div> </div> <div style="text-align: center;"> <p>(E)</p>  </div> </div>	Республика Корея	89 (1,3) ●
	Япония	85 (1,8) ●
	Гонконг	82 (2,3) ●
	Тайвань	81 (1,7) ●
	США	81 (1,3) ●
	Сингапур	81 (1,7) ●
	Швеция	77 (1,8) ●
	Англия	77 (2,2) ●
	Венгрия	77 (2,2) ●
	Австралия	75 (2,3) ●
	Чешская Республика	74 (1,9) ●
	Литва	74 (2,3) ●
	Малайзия	74 (2,0) ●
	Шотландия	74 (2,0) ●
	Норвегия	73 (2,2) ●
	Российская Федерация	73 (2,2) ●
	Словения	72 (2,2) ●
	Мальта	72 (1,6) ●
	Италия	70 (2,3) ●
	Кипр	70 (2,0) ●
	Таиланд	68 (1,9) ●
	Израиль	66 (2,6)
	Турция	64 (2,4)
	Украина	63 (2,4)
	Сред. международное	63 (0,3)
	Румыния	62 (2,8)
	Бахрейн	61 (2,0)
	Тунис	61 (2,3)
	Сербия	60 (2,7)
	Болгария	59 (3,0)
	Кувейт	56 (2,0) ▼
	Иран	55 (2,2) ▼
	Ливан	55 (3,0) ▼
	Колумбия	54 (2,9) ▼
	Алжир	54 (1,8) ▼
	Босния и Герцеговина	53 (2,6) ▼
	Индонезия	52 (2,3) ▼
	Сирия	51 (2,3) ▼
	Грузия	51 (3,7) ▼
	Иордания	48 (2,2) ▼
	Сальвадор	47 (2,2) ▼
	Оман	46 (2,1) ▼
	Армения	46 (2,8) ▼
	Катар	44 (1,8) ▼
	Египет	44 (2,3) ▼
	Саудовская Аравия	41 (2,3) ▼
	Ботсвана	41 (1,7) ▼
	Палестина	41 (2,4) ▼
	Гана	34 (2,3) ▼
	Марокко	56 (3,0) ▼

Источник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007

Средний процент выполнения статистически значимо **выше** среднего международного процента выполнения ●
Средний процент выполнения статистически значимо **ниже** среднего международного процента выполнения ▼

ПРИМЕР 6. Задание, иллюстрирующее средний уровень достижений учащихся 8 классов по математике

Геометрия	Страна	Процент верных ответов
<p>На координатной плоскости обозначены точки M и N. Вадим хочет определить такую точку P, чтобы треугольник MNP был равнобедренным. Какая из следующих точек может быть точкой P?</p> <p> <input checked="" type="radio"/> А (3; 5) <input type="radio"/> В (3; 2) <input type="radio"/> С (1; 5) <input type="radio"/> D (5; 1) </p>	Тайвань	86 (1,5)
	Республика Корея	82 (1,6)
	Япония	81 (1,6)
	Гонконг	80 (2,6)
	Словения	80 (2,2)
	Литва	78 (1,9)
	Сингапур	77 (2,0)
	Российская Федерация	77 (2,3)
	Венгрия	74 (2,1)
	Малайзия	73 (1,8)
	Шотландия	68 (2,1)
	Украина	68 (2,4)
	Сербия	67 (2,8)
	Мальта	65 (1,5)
	Ливан	65 (2,9)
	Израиль	64 (2,9)
	Англия	63 (2,2)
	Чешская Республика	63 (2,3)
	Кувейт	63 (2,6)
	Румыния	62 (2,6)
	Италия	61 (2,1)
	Бахрейн	59 (2,1)
	Индонезия	59 (2,5)
	Оман	59 (2,0)
	Болгария	58 (2,8)
	Сирия	58 (2,4)
	Египет	58 (2,0)
	Сред. международное	57 (0,3)
	Норвегия	56 (2,3)
	Босния и Герцеговина	55 (2,5)
	Таиланд	55 (2,2)
	Иордания	54 (2,5)
	Армения	53 (2,9)
	Австралия	51 (2,3)
	Кипр	51 (2,1)
	Алжир	50 (2,0)
	Иран	49 (2,5)
	Швеция	48 (2,0)
	Саудовская Аравия	46 (2,3)
	США	45 (1,6)
	Грузия	41 (3,0)
	Палестина	41 (2,1)
	Турция	38 (2,0)
	Катар	38 (1,5)
	Сальвадор	33 (1,9)
	Колумбия	30 (2,1)
	Ботсвана	30 (1,7)
	Тунис	26 (1,9)
	Гана	26 (1,6)
	Марокко	45 (3,1)

Средний процент выполнения статистически значимо **выше** среднего международного процента выполнения

Средний процент выполнения статистически значимо **ниже** среднего международного процента выполнения

Источник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007

ПРИМЕР 7. Задание, иллюстрирующее низкий уровень достижений учащихся
8 классов по математике

Числа	Страна	Процент верных ответов
<p>В школьном походе 1 учитель отвечал за группу из 12 учащихся. Если в поход отправились 108 учащихся, то сколько учителей приняли в нем участие?</p> <p>Ⓐ 7</p> <p>Ⓑ 8</p> <p>Ⓒ 9</p> <p>Ⓓ 10</p>	Республика Корея	97 (0,6) ▲
	Сингапур	95 (1,0) ▲
	Литва	95 (0,9) ▲
	Тайвань	95 (1,0) ▲
	Япония	94 (1,0) ▲
	Гонконг	94 (1,4) ▲
	Венгрия	93 (1,1) ▲
	Чешская Республика	93 (1,5) ▲
	Российская Федерация	92 (1,5) ▲
	США	91 (1,0) ▲
	Малайзия	90 (1,4) ▲
	Сербия	89 (1,5) ▲
	Италия	89 (1,2) ▲
	Словения	89 (1,2) ▲
	Австралия	88 (1,6) ▲
	Швеция	87 (1,2) ▲
	Ливан	86 (1,8) ▲
	Мальта	86 (1,4) ▲
	Босния и Герцеговина	85 (1,6) ▲
	Украина	85 (1,5) ▲
	Норвегия	84 (1,9) ▲
	Англия	83 (1,8) ▲
	Кипр	82 (1,6) ▲
	Таиланд	81 (1,7) ▲
	Израиль	81 (2,1) ▲
	Армения	80 (1,8) ▲
	Шотландия	80 (1,9) ▲
	Румыния	80 (2,3) ▲
	Болгария	79 (2,3) ▲
	Сред. международное	79 (0,3) ▲
	Алжир	79 (1,6) ▲
	Индонезия	78 (2,0) ▲
	Тунис	78 (2,0) ▲
	Иран	77 (2,0) ▲
	Турция	77 (2,0) ▲
	Грузия	77 (3,6) ▲
	Иордания	76 (2,1) ▲
	Египет	72 (2,1) ▼
	Палестина	65 (2,2) ▼
	Сирия	64 (2,5) ▼
	Оман	64 (2,1) ▼
	Колумбия	62 (1,7) ▼
	Сальвадор	61 (2,3) ▼
	Бахрейн	61 (2,0) ▼
	Ботсвана	56 (2,1) ▼
	Катар	53 (1,7) ▼
	Гана	51 (1,8) ▼
	Саудовская Аравия	48 (2,6) ▼
	Кувейт	41 (2,0) ▼
	Марокко	69 (2,5) ▼

Средний процент выполнения статистически значимо **выше** среднего международного процента выполнения ▲
Средний процент выполнения статистически значимо **ниже** среднего международного процента выполнения ▼

Источник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007

ПРИМЕР 8. Задание, иллюстрирующее низкий уровень достижений учащихся 8 классов по математике

Данные и шансы		Страна	Процент верных ответов
В таблице указана температура воздуха в разное время одного и того же дня.		Республика Корея	97 (0,7)
		Япония	96 (0,8)
		Сингапур	93 (1,1)
		Тайвань	92 (1,1)
		Литва	90 (1,4)
		Словения	90 (1,4)
		США	89 (1,0)
		Малайзия	89 (1,3)
		Швеция	89 (1,2)
		Чешская Республика	88 (1,3)
		Венгрия	88 (1,6)
		Гонконг	87 (1,6)
		Австралия	87 (1,7)
		Российская Федерация	85 (1,8)
		Италия	84 (1,4)
		Шотландия	83 (1,6)
		Мальта	82 (1,4)
		Англия	81 (2,1)
		Сербия	81 (1,9)
		Ливан	79 (2,3)
		Норвегия	77 (1,8)
		Украина	77 (2,2)
		Кипр	74 (1,8)
		Таиланд	73 (1,9)
		Колумбия	73 (2,2)
		Болгария	72 (2,3)
		Сред. международное	72 (0,3)
		Израиль	71 (2,3)
		Босния и Герцеговина	70 (2,3)
		Иран	66 (2,2)
		Румыния	66 (2,5)
		Армения	66 (2,7)
		Индонезия	66 (2,2)
		Ботсвана	65 (1,8)
		Грузия	65 (3,4)
		Тунис	63 (2,4)
		Бахрейн	62 (2,2)
		Турция	61 (2,3)
		Иордания	61 (2,2)
		Оман	57 (2,1)
		Сальвадор	55 (2,5)
		Египет	52 (2,4)
		Алжир	51 (1,9)
		Палестина	50 (2,8)
		Кувейт	47 (2,2)
		Сирия	47 (2,1)
		Саудовская Аравия	45 (2,3)
		Гана	43 (2,1)
		Катар	40 (1,6)
		Марокко	56 (3,6)

Источник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007

Средний процент выполнения статистически значимо **выше** среднего международного процента выполнения ●

Средний процент выполнения статистически значимо **ниже** среднего международного процента выполнения ▼


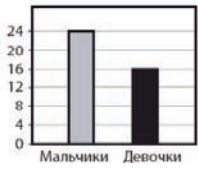
ПРИМЕР 9. Задание, иллюстрирующее продвинутый уровень достижений учащихся 4 классов по математике

Числа	Страна	Процент верных ответов
<p> </p> <p>Сергей использует одно и то же правило, чтобы из числа, которое записано в \triangle, получить число, которое надо поставить в \square. Какое это правило?</p> <p> Ответ: <i>Нужно умножить число на 2 и прибавить 1.</i> <i>Пример: $2 \cdot 4 = 8$</i> <i>$8 + 1 = 9$</i> </p>	Гонконг	39 (2,7)
	Япония	38 (2,1)
	Сингапур	36 (2,1)
	Армения	35 (2,9)
	Тайвань	33 (2,4)
	Англия	28 (2,3)
	Казахстан	28 (4,2)
	Венгрия	28 (2,4)
	Российская Федерация	23 (3,1)
	США	23 (1,4)
	Латвия	22 (2,3)
	Италия	22 (1,7)
	Австралия	20 (3,1)
	Шотландия	17 (1,7)
	Дания	17 (2,1)
	Новая Зеландия	17 (1,6)
	Сред. международное	15 (0,3)
	Германия	13 (1,2)
	Нидерланды	13 (2,0)
	Литва	13 (1,7)
<p>В качестве примера приведен ответ, принимаемый как полностью верный</p>	Словацкая Республика	13 (2,0)
	Австрия	11 (1,6)
	Украина	11 (1,5)
	Норвегия	9 (1,4)
	Грузия	8 (1,6)
	Словения	8 (0,8)
	Швеция	7 (1,3)
	Чешская Республика	6 (1,0)
	Алжир	6 (1,2)
	Иран	5 (1,1)
	Марокко	4 (2,0)
	Тунис	3 (0,5)
	Кувейт	1 (0,4)
	Катар	1 (0,2)
	Колумбия	1 (0,4)
	Йемен	0 (0,2)
	Сальвадор	0 (0,0)

Источник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007

Средний процент выполнения статистически значимо **выше** среднего международного процента выполнения
 Средний процент выполнения статистически значимо **ниже** среднего международного процента выполнения

ПРИМЕР 10. Задание, иллюстрирующее продвинутый уровень достижений учащихся 4 классов по математике

Представление данных	Страна	Процент верных ответов
<p>В классах А и Б по 40 учащихся.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>Класс А</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>Класс Б</p>  </div> </div> <p>В классе А девочек больше, чем в классе Б. На сколько больше?</p> <p><input checked="" type="radio"/> А 14</p> <p><input type="radio"/> Б 16</p> <p><input type="radio"/> В 24</p> <p><input type="radio"/> Г 30</p>	Сингапур	63 (2,3) ▲
	Гонконг	63 (2,3) ▲
	Казахстан	51 (3,7) ▲
	Тайвань	47 (2,5) ▲
	Литва	46 (2,1) ▲
	Нидерланды	44 (2,6) ▲
	Российская Федерация	42 (3,0) ▲
	Япония	41 (2,2) ▲
	Англия	40 (2,5) ▲
	Словацкая Республика	39 (2,1) ▲
	США	38 (1,8) ▲
	Венгрия	37 (2,9) ▲
	Швеция	37 (2,0) ▲
	Латвия	37 (2,5) ▲
	Австралия	36 (2,2) ▲
	Словения	35 (2,1) ▲
	Германия	35 (1,9) ▲
	Дания	34 (2,6) ▲
	Шотландия	34 (2,3) ▲
	Австрия	34 (2,1) ▲
	Армения	33 (2,7) ▲
	Сред. международное	32 (0,4)
	Украина	32 (2,1) ▼
	Новая Зеландия	32 (1,6) ▼
	Норвегия	31 (2,3) ▼
	Чешская Республика	31 (2,6) ▼
	Грузия	26 (2,7) ▼
	Италия	26 (2,2) ▼
	Алжир	21 (1,9) ▼
	Марокко	15 (2,0) ▼
	Иран	15 (1,8) ▼
	Тунис	14 (1,7) ▼
	Катар	13 (1,1) ▼
	Кувейт	12 (1,5) ▼
	Йемен	9 (1,3) ▼
	Сальвадор	9 (1,4) ▼
	Колумбия	9 (1,5) ▼

Источник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007

Средний процент выполнения статистически значимо **выше** среднего международного процента выполнения ▲
Средний процент выполнения статистически значимо **ниже** среднего международного процента выполнения ▼

ПРИМЕР 11. Задание, иллюстрирующее высокий уровень достижений учащихся
4 классов по математике

Числа	Страна	Процент верных ответов
<p>942 -547 415</p> <p>При выполнении домашнего задания Максим сделал пример на вычитание и случайно пролил на него воду. Одну из цифр стало невозможно прочесть. Ответ в примере, равный 415, верный. Какая цифра не видна?</p> <p>Ответ: <u>2</u></p>	Тайвань	88 (1,6) ▲
	Гонконг	85 (1,9) ▲
	Сингапур	85 (1,4) ▲
	Российская Федерация	84 (1,8) ▲
	Казахстан	83 (3,1) ▲
	Япония	80 (1,8) ▲
	Литва	71 (2,3) ▲
	Латвия	71 (2,6) ▲
	Украина	68 (2,3) ▲
	Армения	66 (3,0) ▲
	Грузия	60 (2,7) ▲
	Венгрия	51 (2,8) ▲
	Словацкая Республика	50 (2,3) ▲
	Италия	49 (2,1) ▲
	Сред. международное	42 (0,4)
	Германия	41 (2,2)
	Чешская Республика	41 (2,6)
	США	41 (1,8)
	Австрия	41 (2,4)
	Словения	31 (2,0) ▼
	Нидерланды	31 (2,6) ▼
	Иран	29 (2,2) ▼
	Дания	28 (2,5) ▼
	Англия	28 (2,1) ▼
	Колумбия	25 (2,1) ▼
	Шотландия	25 (2,2) ▼
	Австралия	22 (2,6) ▼
	Швеция	18 (1,7) ▼
	Новая Зеландия	18 (1,6) ▼
	Норвегия	18 (1,9) ▼
	Тунис	18 (1,8) ▼
	Алжир	16 (1,9) ▼
	Марокко	14 (1,7) ▼
	Сальвадор	13 (1,6) ▼
	Кувейт	10 (1,4) ▼
	Йемен	7 (1,3) ▼
	Катар	5 (0,8) ▼
В качестве примера приведен ответ, принимаемый как полностью верный		

Источник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007

Средний процент выполнения статистически значимо **выше** среднего международного процента выполнения ▲
Средний процент выполнения статистически значимо **ниже** среднего международного процента выполнения ▼

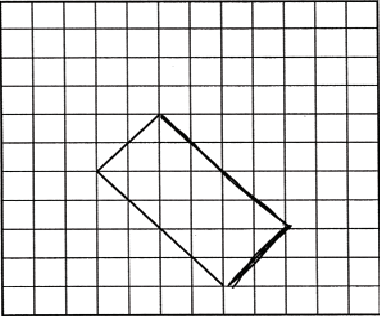
ПРИМЕР 12. Задание, иллюстрирующее высокий уровень достижений учащихся 4 классов по математике

Представление данных	Страна	Процент верных ответов
<p>Диаграмма должна показывать число очков, полученных 4 водителями в автомобильной гонке. Монтойя занимает первое место. Алонсо занимает третье место. Построй на диаграмме прямоугольник, который покажет, сколько очков получил Алонсо.</p> <p>В качестве примера приведен ответ, принимаемый как полностью верный</p>	Гонконг	77 (1,9) ▲
	Тайвань	72 (1,8) ▲
	Япония	71 (2,0) ▲
	Сингапур	70 (2,1) ▲
	Казахстан	63 (3,7) ▲
	Нидерланды	55 (2,5) ▲
	Швеция	54 (2,5) ▲
	Латвия	54 (2,8) ▲
	Австралия	52 (3,0) ▲
	Англия	52 (2,5) ▲
	США	51 (1,7) ▲
	Российская Федерация	50 (3,2) ▲
	Дания	48 (2,7) ▲
	Литва	47 (2,9) ▲
	Австрия	46 (2,4) ▲
	Венгрия	45 (3,0) ▲
	Шотландия	44 (2,4) ▲
	Новая Зеландия	42 (1,9) ▲
	Словения	41 (2,1)
	Германия	40 (2,3)
	Словацкая Республика	38 (2,3)
	Сред. международное	38 (0,4)
	Италия	36 (2,0)
	Армения	35 (2,5)
	Украина	32 (2,6) ▼
	Чешская Республика	30 (2,5) ▼
	Норвегия	30 (2,1) ▼
	Грузия	23 (2,7) ▼
	Алжир	12 (1,6) ▼
	Марокко	10 (1,7) ▼
	Иран	10 (1,5) ▼
	Кувейт	9 (1,4) ▼
	Колумбия	8 (1,4) ▼
	Сальвадор	6 (0,9) ▼
	Тунис	4 (1,0) ▼
	Катар	4 (0,6) ▼
	Йемен	1 (0,4) ▼

Источник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007

Средний процент выполнения статистически значимо **выше** среднего международного процента выполнения ▲
Средний процент выполнения статистически значимо **ниже** среднего международного процента выполнения ▼

ПРИМЕР 13. Задание, иллюстрирующее средний уровень достижений учащихся 4 классов по математике

Геометрические фигуры и измерение величин	Страна	Процент верных ответов
<p>На рисунке проведены две стороны прямоугольника. Проведи две другие стороны этого прямоугольника.</p> 	Гонконг	90 (1,4) ▲
	Япония	78 (1,8) ▲
	Тайвань	77 (1,9) ▲
	Российская Федерация	75 (2,8) ▲
	Чешская Республика	72 (2,2) ▲
	Англия	70 (1,9) ▲
	Сингапур	69 (2,3) ▲
	Австралия	68 (3,3) ▲
	Словацкая Республика	67 (2,5) ▲
	Швеция	66 (2,0) ▲
	Дания	66 (2,6) ▲
	Казахстан	65 (4,6) ▲
	Германия	62 (2,1) ▲
	Венгрия	62 (2,5) ▲
	Новая Зеландия	61 (1,8) ▲
	Нидерланды	60 (2,6) ▲
	Австрия	60 (2,2) ▲
	Армения	58 (2,5) ▲
	Литва	57 (2,6) ▲
	Словения	57 (2,1) ▲
	США	55 (1,7) ▲
	Шотландия	55 (2,4) ▲
	Сред. международное	54 (0,4) ▲
	Италия	54 (2,2) ▲
	Иран	52 (2,9) ▲
	Украина	50 (2,3) ▲
	Грузия	46 (3,3) ▼
	Норвегия	45 (2,7) ▼
	Марокко	40 (2,9) ▼
	Тунис	31 (2,3) ▼
	Колумбия	27 (3,1) ▼
	Кувейт	24 (2,0) ▼
	Алжир	24 (2,1) ▼
	Катар	16 (1,2) ▼
	Сальвадор	13 (1,5) ▼
	Йемен	5 (1,0) ▼
	Латвия	- -
В качестве примера приведен ответ, принимаемый как полностью верный		

Источник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007

Средний процент выполнения статистически значимо **выше** среднего международного процента выполнения ▲
Средний процент выполнения статистически значимо **ниже** среднего международного процента выполнения ▼

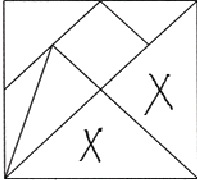
ПРИМЕР 14. Задание, иллюстрирующее средний уровень достижений учащихся 4 классов по математике

Числа	Страна	Процент верных ответов
<p>Антону захотелось узнать, какова масса его кошки. Сначала он взвесился сам и увидел, что весы показали 57 кг. Затем он взял кошку на руки, встал на весы и увидел, что они показали 62 кг. Какова масса кошки?</p> <p>Ответ: <u>5</u> килограммов</p> <p>В качестве примера приведен ответ, принимаемый как полностью верный</p>	Тайвань	95 (1,2) ▲
	Сингапур	87 (1,3) ▲
	Российская Федерация	86 (1,8) ▲
	Гонконг	86 (1,7) ▲
	Казахстан	85 (2,6) ▲
	Нидерланды	85 (1,9) ▲
	Япония	83 (2,0) ▲
	Литва	81 (1,8) ▲
	Австрия	80 (2,1) ▲
	Германия	80 (1,6) ▲
	Латвия	80 (2,2) ▲
	Чешская Республика	76 (2,1) ▲
	Дания	75 (2,2) ▲
	Венгрия	73 (2,4) ▲
	Словения	69 (2,2) ▲
	Италия	68 (2,0) ▲
	Украина	68 (2,4) ▲
	Норвегия	67 (2,4) ▲
	Швеция	66 (2,4) ▲
	Армения	65 (2,5) ▲
	Шотландия	64 (2,7) ▲
	Англия	63 (2,2) ▲
	Австралия	61 (2,4) ▲
	Словацкая Республика	60 (2,3) ▲
	Сред. международное	60 (0,3)
	США	60 (1,7) ▲
	Грузия	59 (2,7) ▲
	Новая Зеландия	53 (2,1) ▼
	Иран	43 (2,7) ▼
	Тунис	28 (2,3) ▼
	Алжир	23 (2,3) ▼
	Сальвадор	21 (1,7) ▼
	Марокко	19 (2,1) ▼
	Колумбия	18 (2,1) ▼
	Кувейт	12 (1,5) ▼
	Катар	9 (1,0) ▼
	Йемен	5 (1,1) ▼

Источник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007

Средний процент выполнения статистически значимо **выше** среднего международного процента выполнения ▲
Средний процент выполнения статистически значимо **ниже** среднего международного процента выполнения ▼

ПРИМЕР 15. Задание, иллюстрирующее низкий уровень достижений учащихся 4 классов по математике

Геометрические фигуры и измерение величин	Страна	Процент верных ответов
<p>Квадрат разрезали на 7 частей. Поставь знак X на каждом из 2 треугольников, у которых одинаковые размеры и форма.</p> 	Гонконг	91 (1,2) ▲
	Словения	91 (1,3) ▲
	Литва	89 (1,3) ▲
	Дания	88 (1,8) ▲
	Шотландия	88 (1,4) ▲
	Англия	88 (1,4) ▲
	Сингапур	88 (1,4) ▲
	Япония	87 (1,4) ▲
	Италия	87 (1,5) ▲
	Швеция	86 (1,6) ▲
	Австралия	85 (1,9) ▲
	США	85 (1,0) ▲
	Словацкая Республика	84 (1,9) ▲
	Норвегия	84 (1,9) ▲
	Чешская Республика	83 (1,8) ▲
	Австрия	82 (2,1) ▲
	Тайвань	81 (1,9) ▲
	Венгрия	81 (2,1) ▲
	Латвия	81 (2,1) ▲
	Российская Федерация	81 (2,6) ▲
	Новая Зеландия	81 (1,4) ▲
	Нидерланды	79 (2,0) ▲
	Казахстан	77 (2,2) ▲
	Германия	76 (1,8) ▲
	Армения	74 (2,2) ▲
	Сред. международное	72 (0,3) ▲
	Украина	67 (2,3) ▼
	Колумбия	59 (2,8) ▼
	Грузия	59 (2,9) ▼
	Иран	58 (2,7) ▼
	Сальвадор	50 (2,6) ▼
	Алжир	44 (2,3) ▼
	Кувейт	40 (2,5) ▼
	Марокко	39 (2,3) ▼
	Тунис	38 (2,2) ▼
	Катар	32 (1,5) ▼
	Йемен	13 (1,5) ▼
В качестве примера приведен ответ, принимаемый как полностью верный		

Источник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007

Средний процент выполнения статистически значимо **выше** среднего международного процента выполнения ▲
Средний процент выполнения статистически значимо **ниже** среднего международного процента выполнения ▼

Центр оценки качества образования
ИСМО РАО

тел./факс: (499) 246-24-21
e-mail: centeroko@mail.ru
<http://www.centeroko.ru>